CAHIER DE VACANCES 3e

VERS LA 2nde

CORRIGÉ

2020-2021

Arnaud DURAND, basé sur les exercices de Sesamaths

Fractions/Puissance

Exercice Au collège du Lagon, 180 élèves ont été présents aux épreuves du brevet des collèges.

a)Les trois quarts ont été orientés en classe de seconde. Combien d'entre eux peuvent prétendre aller en seconde ?

$\frac{3}{4}\times 180=135$

135 peuvent prétendre à aller en 2nde

b)Parmi ces derniers, 80 % d'entre eux ont été reçus à l'examen. Combien d'élèves admis en seconde ont échoué au brevet ?

$\frac{80}{100}\times 135=108$ 135-108=27

108 ont réussi, et 27 ont raté l'examen

Exercice Calcule et écris le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$$J = \left(\frac{1}{8} - \frac{7}{12}\right) \div \left(\frac{7}{6} + \frac{7}{16}\right)$$

$$\left(\frac{1\times 3}{8\times 3} - \frac{7\times 2}{12\times 2}\right) \div \left(\frac{7\times 8}{6\times 8} + \frac{7\times 3}{16\times 3}\right) = \left(\frac{3}{24} - \frac{14}{24}\right) \div \left(\frac{56}{48} + \frac{21}{48}\right)$$

$$= \frac{-11}{24} \div \frac{77}{48} = \frac{-11}{24} \times \frac{48}{77} = \frac{-1\times 11\times 2\times 24}{24\times 7\times 11} = \frac{-2}{7}$$

$$M = \frac{\frac{1}{8} + \frac{7}{12}}{\frac{5}{6} - \frac{4}{15}} = \left(\frac{1}{8} + \frac{7}{12}\right) \div \left(\frac{5}{6} - \frac{4}{15}\right)$$

$$\left(\frac{1\times 3}{8\times 3} + \frac{7\times 2}{12\times 2}\right) \div \left(\frac{5\times 5}{6\times 5} - \frac{4\times 2}{15\times 2}\right) = \left(\frac{3}{24} + \frac{14}{24}\right) \div \left(\frac{25}{30} - \frac{8}{30}\right)$$

$$\frac{17}{24} \div \frac{17}{30} = \frac{17}{24} \times \frac{30}{17} = \frac{17\times 6\times 5}{6\times 4\times 17} = \frac{5}{4}$$

$$P = \frac{\frac{1}{5}}{6 - \frac{4}{15}} = \frac{1}{5} \div \left(\frac{6}{1} - \frac{4}{15}\right) = \frac{1}{5} \div \left(\frac{90}{15} - \frac{4}{15}\right)$$

$$\frac{1}{5} \div \frac{86}{15} = \frac{1}{5} \times \frac{15}{86} = \frac{3\times 5}{5\times 86} = \frac{3}{86}$$

Exercice Donne l'écriture scientifique puis l'écriture décimale des expressions suivantes.

$$A = \frac{8 \times 10^4 \times 7 \times 10^2}{14 \times 10^{-3}}$$

$$\frac{56 \times 10^{4+2}}{14 \times 10^{-3}} = \frac{56 \times 10^6}{14 \times 10^{-3}} = \frac{56}{14} \times \frac{10^6}{10^{-3}} = 4\times 10^{6-(-3)} = 4\times 10^9$$

$=4\ 000\ 000\ 000$

$$B = \frac{2 \times 10^5 \times 9 \times 10^{-4}}{15 \times 10^5}$$

$$\frac{18 \times 10^{5+(-4)}}{15 \times 10^5} = \frac{18 \times 10^1}{15 \times 10^5} = \frac{18}{15} \times \frac{10^1}{10^5} = 1{,}2\times 10^{1-5} = 1{,}2\times 10^{-4}$$

$=0{,}00012$

Exercice

Donne l'écriture décimale de chaque nombre.

a. $1{,}35 \times 10^5 = 135\ 000$

b. $0{,}006\ 05 \times 10^2 = 0{,}605$

c. $45\ 200 \times 10^{-5} = 0{,}45200 = 0{,}452$

Exercice Lors d'un jeu de « Quitte ou double », la première réponse rapporte 1 €, ensuite chaque bonne réponse permet de doubler son gain.

a. Gilles a répondu correctement à une série de sept questions. Quel est son gain ?

$1\times 2^7=128$€

Son gain est de 128€

b. Combien d'argent gagnera-t-il en répondant correctement à une série de dix questions ?

$1\times 2^{10}=1024$€

Son gain est de 1024€

Notion de fonction

Exercice
On considère la fonction f définie par :

$$f : x \longmapsto \frac{x+2}{x-1}.$$

a. Pour quelle valeur de x cette fonction n'est-elle pas définie ? Justifie.

Pour la valeur 1, car alors x-1=0 et on ne peut diviser par zéro.

b. Calcule.

- f(−2) = 0
- f(−1) = $-\frac{1}{2}$
- f(−0,5) = -1
- f(0) = -2
- f(2) = 4
- f(3) = 2,5

c. Déduis-en un antécédent par f du nombre :

- −2 : 0
- −1 : -0,5
- −0,5 : -1
- 0 : -2
- 2 : 4
- 4 : 2

Exercice

Complète ce tableau de données et les phrases concernant une fonction p.

x	-3	4	−2	12	7	15	−10
$p(x)$	4	-8	7	−17	2	-8	12

a. −8 est l'image de 4 par la fonction p.

b. Un antécédent de 4 par la fonction p est −3.

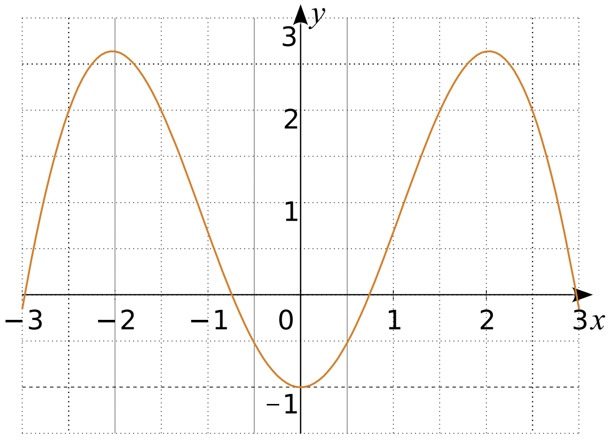
c. −8 a pour antécédent 15 par la fonction p.

d. p(−2) = 7 et p(7) = 2 .

e. 12 a pour image -17 par la fonction p.

f. L'image de -10 par la fonction p est 12.

Exercice Voici la représentation graphique d'une fonction k.



a. Complète le tableau de valeurs suivants.

x	−2	0,5	0	1	2	3
$k(x)$	2,6	−0,5	-1	0,7	2,6	0

b. Détermine les images de :

0,5 : -0,7

1,5 : 2

−1 : 0,7

−2,5 : 2

c. Détermine tous les antécédents de :

−0,5 : 0,4 et -0,4

2 : -2,5 -1,5 1,5 2,5

0: -3 -1,7 1,7 3

−0,5 : -0,5 et 0,5

d. Détermine les abscisses des points dont l'ordonnée est négative.

Les abscisses sont comprises en -1,7 et 1,7

e. Quel est le nombre d'antécédent d'un nombre négatif par la fonction k ?
2 antécédents sauf pour le nombre -1.

f. Détermine le (ou les) nombre(s) qui ont un seul antécédent par la fonction k.

Il n’y a que -1.

g. Que peut-on dire de l’image de 2 et de −2 ? Elles sont égales.

Calcul littéral

Exercice Développe puis réduis chaque expression.

A = $5(10x + 8)$

$5\times10x+5\times8=50x+40$

B = $9x(6 - 6x)$

$9x\times6-9x\times6x=54x-54x^2$

C = $3(4x + 7) + 4(2x - 9)$

$3\times4x+3\times7+4\times2x-4\times9=12x+21+8x-36$

$12x+21+8x+(-36)=20x+(-15)$

D = $7x(2x - 5) - x(2x - 5)$

$7x\times2x-7x\times5-(x\times2x-x\times5)=14x^2-35x-(2x^2-5x)$

$14x^2+(-35x)-2x^2-(-5x)=12x^2+(-30x)$

Exercice Factorise chaque expression suivante.

A = $4a^2 + 3a$

$a\times4a+a\times3=a(4a+3)$

B = $2t^2 + t$

$t\times2t+t\times1=t(2t+1)$

C = $5z^2 + 25z + 5$

$5\times z^2+5\times5z+5\times1$

$5\times(z^2+5z+1)$

D = $18b + 24b^2$

$6b\times3+6b\times4b$

$6b\times(3+4b)$

Voici un programme de calcul.

- Choisis un nombre entier n.
- Mets n au carré. Prends le double du résultat.
- Soustrais au résultat précédent le produit de n par l'entier qui le suit.

a. Écris une expression littérale traduisant ce programme.

$2\times n^2-n(n+1)$

b. Factorise et réduis cette expression.

$n\times(2n-(n+1))=n\times(2n-n-1)=n\times(n-1)$

Complète la phrase :
« Finalement, le programme de calcul revient à

multiplier un nombre par le nombre précédent.

»

Exercice Factorise puis réduis.

C = $(2x - 1)(x - 5) + (3x + 7)(x - 5)$

$2x^2+(-10x)+(-1x)+5+3x^2+(-15x)+7x+(-35)$

$5x^2+(-19x)+(-30)$

D = $(2x + 5)(x - 3) + (2x + 5)(-3x + 1)$

$2x^2+(-6x)+5x+(-15)+(-6x^2)+2x+(-15x)+5$

$-4x^2+(-14x)+(-10)$

E = $(3x + 7)(2x - 9) - (3x + 7)(5x - 7)$

$6x^2+(-27x)+14x+(-63)-[15x^2+(-21x)+35x+(-49)]$

$6x^2+(-13x)+(-63)-[15x^2+14x+(-49)]$

$6x^2+(-13x)+(-63)-15x^2-14x-(-49)$

$-9x^2+(-27x)+14$

Exercice Factorise chaque expression.

G = $9x^2 + 64 + 48x$

$(3x)^2+2\times3x\times8+8^2=(3x+8)^2$

H = $9 + 4x^2 - 12x$

$3^2+(2x)^2-2\times3\times2x=(3-2x)^2$

L = $16x^2 + 25 - 40x$

$(4x)^2+5^2-2\times4x\times5=(4x-5)^2$

M = $x^2 - 49$

$x^2-7^2=(x-7)(x+7)$

P = $16x^2 - 36$

$(4x)^2-6^2=(4x-6)(4x+6)$

Fonction linéaire et pourcentage

Exercice
f est une fonction linéaire de coefficient -5.
Complète le tableau de valeurs.

x	-3	$-0{,}5$	-0,1	0	5	3,6	10
$f(x)$	15	2,5	0,5	0	-25	-18	-50

Que peux-tu dire de ce tableau ? Justifie.

C'est un tableau de proportionnalité de coefficient -5……………………………………

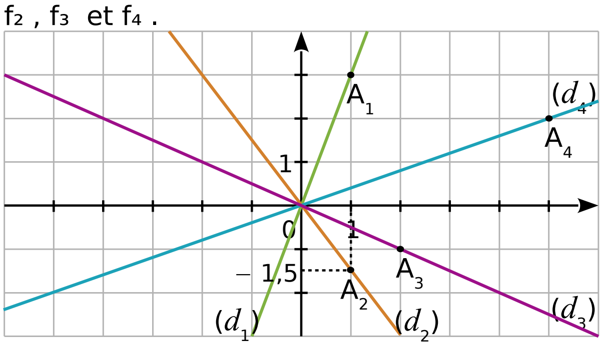
Exercice

f est une fonction linéaire telle que $f(7) = -2$. Sans déterminer le coefficient de f, calcule.

a. $f(21) =$ $-2\times3=-6$ ……………………………

b. $f(-3{,}5) =$ $-2\div2=-1$ ……………………………

Exercice Les droites (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4) sont les représentations graphiques respectives de quatre fonctions linéaires f_1, f_2, f_3 et f_4.



a. Quelles sont les coordonnées de A_1, A_2, A_3 et A_4 ?

$A_1(1;3)$ $A_2(1;-1{,}5)$ $A_3(2\ ;-1)$ $A_4(5;2)$ ……………

b. Déduis-en quatre égalités avec f_1, f_2, f_3 et f_4.

$f_1(1)=3$ $f_2(1)=-1{,}5$ $f_3(2)=-1$ et $f_4(5)=2$

c. Déduis-en le coefficient de f_1, f_2, f_3 et f_4.

Fonction	f_1	f_2	f_3	f_4
Coefficient	3	-1,5	-0,5	0,4

d. Déduis-en l'expression de chaque fonction.

$f_1(x)=3x$

$f_2(x)=-1{,}5x$

$f_3(x)=-0{,}5x$

$f_4(x)=0{,}4x$

Exercice Complète les phrases suivantes.

a. Pour augmenter un nombre de 20 %
on le multiplie par 1,2……………………………

b. Pour diminuer un nombre de 15 %
on le multiplie par 0,85……………………………

c. Pour augmenter un nombre de 5 %
on le multiplie par 1,05……………………………

d. Pour diminuer un nombre de 7 %
on le multiplie par 0,93……………………………

Exercice

a. Un scooter coûte 950 €. Son prix augmente de 5 %. Quel est le nouveau prix (arrondi à 1 € près) ?

$950\times1{,}05=997{,}5€$ Le nouveau prix est 997,5€……………………………

b. Un scooter coûte 950 €. Son prix baisse de 5 %. Quel est le nouveau prix (arrondi à 1 € près) ?

$950\times0{,}95=902{,}5$ Le nouveau prix est 902,5€.

c. Le prix d'un scooter passe de 950 € à 1 100 €. Quel est le pourcentage de hausse (arrondi au dixième) ?

$\frac{1100}{950}\approx1.1578=1+\frac{15{,}78}{100}$ C'est une augmentation de 15,8 %……………

d. Un scooter coûte 1 050 € après une augmentation de 7 %. Quel était l'ancien prix (arrondi à 1 € près) ?

$1050\div1{,}07\approx981$ L'ancien prix était 981€…….

……………………………………………………

e. Le prix d'un scooter passe de 980 € à 830 €. Quel est le pourcentage de baisse (arrondi au dixième) ?

$\frac{830}{980}\approx0{,}8469=1-0{,}153=1-\frac{15{,}3}{100}$ La baisse est de 15,3 %/……………………………

f. Un scooter coûte 850 € après une baisse de 11 %. Quel était l'ancien prix (arrondi à 1 € près) ?

$850\div0{,}89\approx955€$ ……………………………

Exercice À quels pourcentages correspondent ces fractions ?

a. Un demi c'est 50.. %.

b. Un quart c'est 25.. %.

c. Trois quarts c'est …75….. %.

d. Trois cinquièmes c'est 60 %.

e. Cinq quarts c'est 125. %.

Fonctions affines

Exercice Parmi ces fonctions, détermine :

$f : x \longmapsto 4x - 3$ | $j : x \longmapsto 3x^2 + 5$

$g : x \longmapsto 5 - 2x$ | $k : x \longmapsto -4$

$h : x \longmapsto 4{,}5x$ | $l : x \longmapsto \dfrac{1}{x}$

a. celles qui sont affines : f g (et h k).........

b. celles qui sont linéaires : h........................

c. celles qui sont constantes : k.....................

d. celles qui ne sont pas affines : j et l...........

Exercice g est la fonction définie par $g(x) = 2x - 5$.

a. Complète le tableau de valeurs.

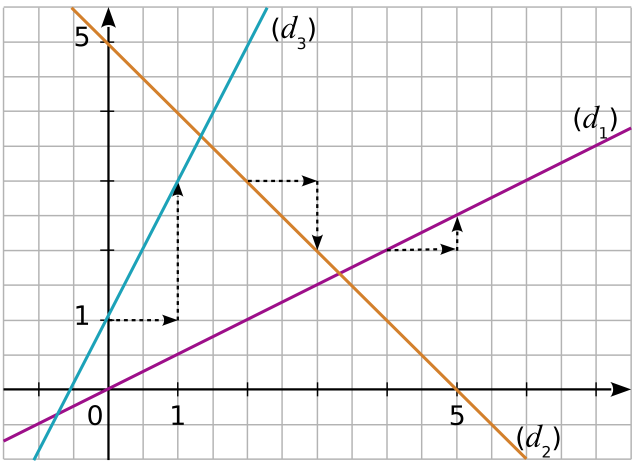
x	$-5{,}5$	-3	2,5	0	5	15	3,7
$g(x)$	-16	-11	0	-5	5	25	2,4

b. Est-ce un tableau de proportionnalité ? Justifie.

Non car s'il était de proportionnalité,

on aurait une colonne avec 0 et 0..................

Exercice Les droites (d_1), (d_2) et (d_3) sont les représentations graphiques respectives de trois fonctions affines f_1, f_2 et f_3.



a. Par f_1, détermine les images de 1 et 6.

Respectivement les images sont 0,5 et 3.........

b. Par f_2, détermine les images de 1 et 4.

Respectivement les images sont 4 et 1...........

Exercice

Soit g, une fonction affine définie par g(x)=3x-6.

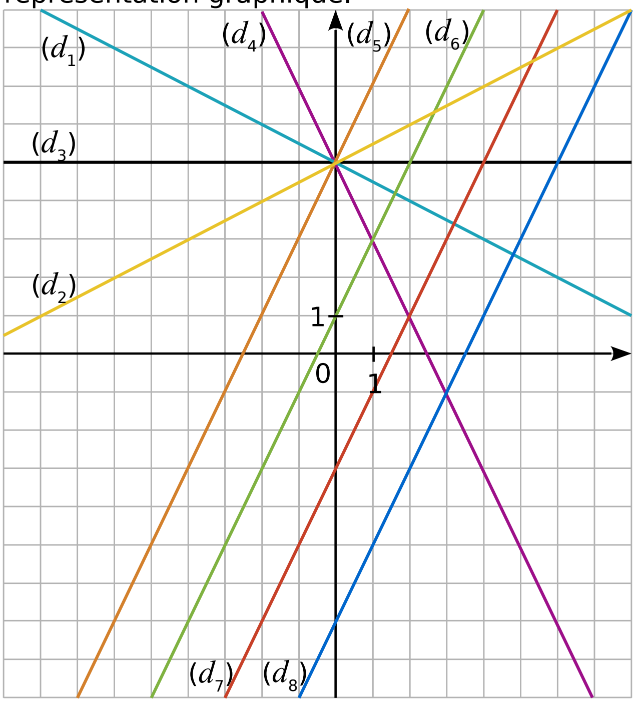
Quel est l'antécédent de 20 ?

$(20+6)\div 3=\dfrac{26}{3}$ ....

Quelle est l'image de 8 ?

$3\times 8-6=18$ ....

Exercice Par lecture graphique, indique pour chaque fonction affine la droite qui est sa représentation graphique.

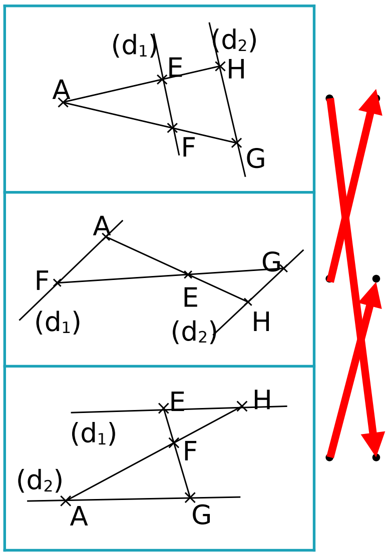


Fonction	Droite	Fonction	Droite
$x \longmapsto 2x + 1$	$(d\,6)$	$x \longmapsto 2x - 3$	$(d7)$
$x \longmapsto \frac{1}{2}x + 5$	$(d2)$	$x \longmapsto 2x - 7$	$(d8)$
$x \longmapsto -2x + 5$	$(d\,4)$	$x \longmapsto -\frac{1}{2}x + 5$	$(d1)$
$x \longmapsto 5$	$(d\,3)$	$x \longmapsto 2x + 5$	$(d5)$

Théorème de Thalès

Exercice

Dans chaque figure, les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles. Relie les figures avec les égalités correspondantes.



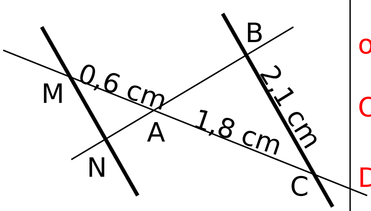
$\frac{AE}{EH}=\frac{EF}{EG}=\frac{AF}{GH}$

$\frac{FE}{FG}=\frac{FH}{FA}=\frac{EH}{AG}$

$\frac{AE}{AH}=\frac{AF}{AG}=\frac{EF}{HG}$

Exercice

Les points M, A, C sont alignés et les points N, A, B aussi. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles. Calcule MN.



M,A,C sont alignés. N,A et B sont alignés.

(MN) et (BC) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a :

$\frac{AM}{AC}=\frac{AN}{AB}=\frac{MN}{BC}$

$\frac{0,6}{1,8}=\frac{AN}{AB}=\frac{MN}{2,1}$ ....

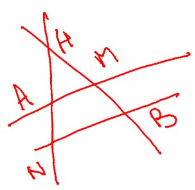
....

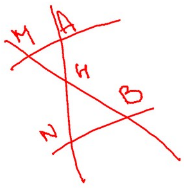
MN est égal à 0,7cm..

....

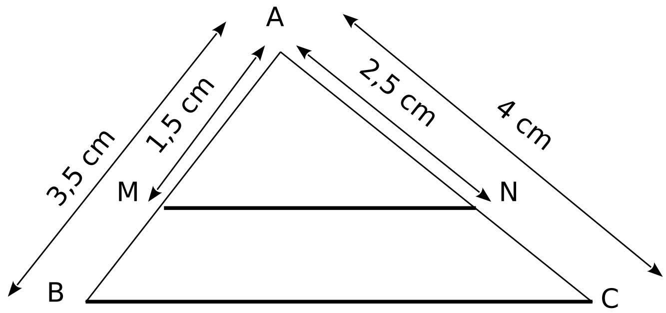
Exercice Les droites (AN) et (BM) sont sécantes en H, les droites (AM) et (NB) sont parallèles.

Propose deux schémas différents correspondants à cette situation et écris les rapports égaux.





Exercice On sait que les points A, M, B d'une part et les points A, N, C d'autre part sont alignés.



Montre que (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

C,A,N sont alignés. M,A et B sont alignés.

on a d'une part : $\frac{AM}{AB}=\frac{1,5}{3,5}$

on a d'autre part : $\frac{AN}{AC}=\frac{2,5}{4}$

Or $1,5\times4=6$ et $3,5\times2,5=8,75$ donc $\frac{AM}{AB}\neq\frac{AN}{AC}$

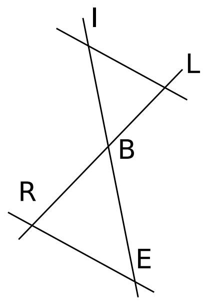
D'après une conséquence du théorème de Thalès les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles..

....

Exercice Sur la figure ci-contre, BR = 2,5 cm ; BL = 15 cm ; BE = 1,5 cm et BI = 9 cm.

Les points I, B et E sont alignés, de même que L, B et R.

On veut montrer que les droites (IL) et (RE) sont parallèles.



on a d'une part : $\frac{BI}{BE}=\frac{9}{1,5}$

on a d'autre part : $\frac{BL}{BR}=\frac{15}{2,5}$

Or $1,5\times15=22,5$ et $9\times2,5=22,5$ donc $\frac{BI}{BE}\neq\frac{BL}{BR}$

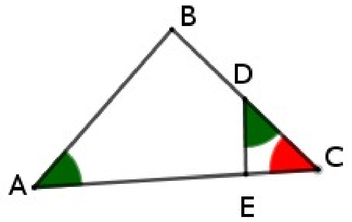
Les points I,B,E et L,B,R sont alignés dans le même ordre.

D'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

Triangles semblables

Exercice

On donne :
AB=9cm, DE = 6cm, CD = 4cm et EC=5cm



Montre que les triangles ABC et DEC sont semblables.

$\widehat{BAC}=\widehat{CDE}$ et $\widehat{DCE}=\widehat{BCA}$ donc comme la somme des angles dans un triangle vaut 180°, on a forcément $\widehat{ABC}=\widehat{DEC}$ donc les triangles ABC de DEC sont semblables.

Calcule AC et BC

Comme ABC de DCE sont semblables, leurs longueurs sont proportionnelles.......................

Triangle ABC	AB=9	BC	CA
Triangle DCE	DE=6	EC=5	CD=4

En utilisant l'égalité des produits en croix :.....

$BC=\frac{9\times5}{6}=7{,}5cm$ $CA=\frac{9\times4}{6}=6cm$

Exercice Les côtés d'un triangle T ont pour longueur 6 cm, 8 cm et 9 cm.

Un triangle T' est semblable à T et deux de ses côtés mesure 9 cm et 13,5 cm.

Calcule la longueur du dernier côté de T' à l'aide du tableau suivant :

Triangle T	6	8	9
Triangle T'	9		13,5

Les seuls produits en croix égaux sont $6\times13{,}5=9\times9$ donc on les positionne dans le tableau .

Le coefficient de proportionnalité est 1,5. (9:6=1,5)

$8\times1{,}5=12$

Le dernier côté mesure 12cm.

Exercice

Soit deux triangles ABC et DEF tels que :

AB = 5, BC=6 et AC = 8

DF=15 , DE=12,5 et FE=20.

Montre que les deux triangles sont semblables.

$AB\times2{,}5=DE$ $BC\times2{,}5=DF$ et $AC\times2{,}5=FE$

Les longueurs de deux triangles sont proportionnelles entre elles d'un rapport 2,5, donc les triangles sont semblables.

Former les couples de côtés homologues.

Les couples sont [AB] ; [DE] puis [BC];[DF] et enfin [AC];[FE].

Exercice Réponds par Vrai ou Faux

a. Deux triangles équilatéraux sont semblables ?

VRAI

b. Deux triangles isocèles rectangles sont semblables ?

VRAI

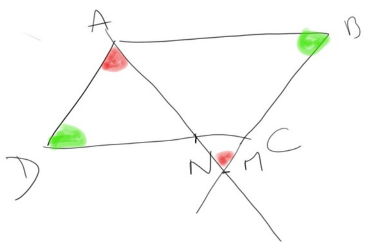
c. Deux triangles isocèles sont semblables ?

FAUX

Exercice ABCD est un parallélogramme, N un point du segment [DC] distinct de D et de C. La droite (AN) coupe (BC) en M.

Fais un schéma et démontre que les triangles ADN et ABM sont des triangles semblables.

Les angles $\widehat{DAN}$ et $\widehat{AMB}$ sont égaux car ce sont des angles alternes-internes formés à partir de droites parallèles (AD) et (MB).



$\widehat{ADN}$ et $\widehat{ABM}$ sont des angles opposés dans le parallélogramme ABCD, ils sont donc égaux.

Donc on peut conclure que les triangles ADB et ABM sont semblables.

Divisibilité

Exercice Parmi les nombres : 12 ; 30 ; 27 ; 246 ; 325 ; 4 238 et 6 139, indique ceux qui sont divisibles :

par 2	par 3	par 5	Par 9
12 30	12 30	325	27
246 4238	27 246		

Exercice Simplifie chaque fraction en utilisant les critères de divisibilité.

a. $\frac{385}{165}$ = $\frac{385:5}{165:5}=\frac{77}{33}=\frac{77:11}{33:11}=\frac{7}{3}$

b. $\frac{153}{189}$ = $\frac{153:9}{189:9}=\frac{17}{21}$

c. $\frac{120}{90}$ = $\frac{120:10}{90:10}=\frac{12}{9}=\frac{12:3}{9:3}=\frac{4}{3}$

Exercice Détermine la décomposition en produit de facteurs premiers de :

308 = $2\times2\times7\times11$

252 = $2\times2\times3\times3\times7$

3 780 = $2\times2\times3\times3\times3\times5\times7$

1 470 = $2\times3\times5\times7\times7$

Exercice Écris 504 et 540 sous forme de produits de facteurs premiers.

$504=2\times2\times2\times3\times3\times7$

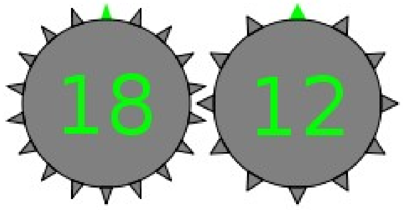
$540=2\times2\times3\times3\times3\times5$

Rends alors la fraction $\frac{504}{540}$ irréductible.

$\frac{504}{540}=\frac{2\times2\times2\times3\times3\times7}{2\times2\times3\times3\times5}=\frac{2\times7}{3\times5}=\frac{14}{15}$

Exercice :

Voici deux roues, combien de tours au minimum doit faire la première roue pour revenir à la situation initiale ?



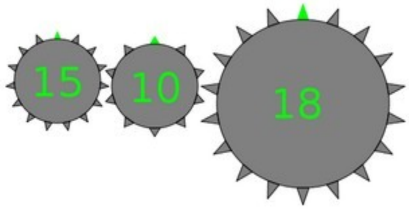
$2\times18=2\times3\times3\times2$ .... $3\times12=2\times2\times3\times3$

La première roue doit faire 2 tours pendant

que la 2e en fera 3...

Exercice

Voici deux roues, combien de tours au minimum doit faire la première roue pour revenir à la situation initiale ?



$6\times15=3\times5\times2\times3$

$9\times10=2\times5\times3\times3$

$10\times18=2\times3\times3\times2\times5$ ....

La première roue doit faire 6 tours...................

....

Exercice On s'intéresse aux nombres de trois chiffres de la forme $65u$ où u représente le chiffre des unités.
Quelles sont les valeurs possibles de u pour obtenir :

a. un multiple de 2 ? ....

u=0 ou 2 ou 4 ou 6 ou 8..................................

....

b. un nombre divisible par 9 ? ....

6+5=11

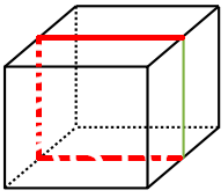
18-11=7...

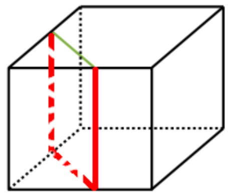
u=7...

Volume/section

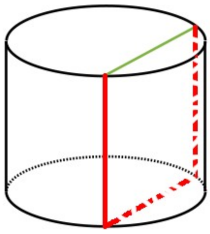
Exercice Sur les figures suivantes, les solides ont été coupés de part en part verticalement.

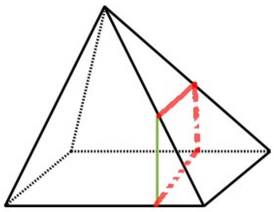
Complète les traits de coupe sur toutes les faces. Indique la nature des sections obtenues.





Ce sont des rectangles.

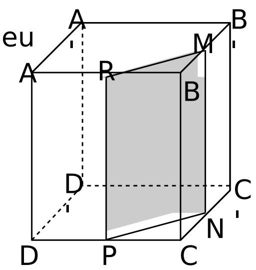




C’est un rectangle et un quadrilatère

Exercice Extrait de brevet
Le cube représenté ci-contre est un cube d'arête 6 cm.

On considère le point M milieu de l'arête [BB'],le point N milieu de l'arête [CC'],le point P milieu de l'arête [DC],le point R milieu de l'arête [AB].



a. Calculer la valeur exacte de RM.

RMB est un triangle rectangle en B. D’après le théorème de Pythagore, on a :

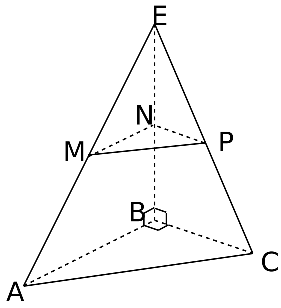
RM²=RB²+MB² RM²=18

RM²=3²+3² $RM=\sqrt{18}\,cm$

b. Donner les dimensions de RMBN

Les dimensions sont $\sqrt{18}$ cm et 6cm

Exercice EABC est un tétraèdre tel que AB = 12 cm ; BC = 8 cm et BE = 16 cm. MNP est la section de la pyramide par un plan parallèle à la base passant par le point N de [EB] tel que EN = 6,4 cm.



a. Quelle est la nature du triangle MNP ?

Le triangle MPN est un triangle rectangle car ABC est un triangle rectangle.

b. Calcule la valeur exacte de MN.

La pyramide EMNP est une réduction de la pyramide EABC.

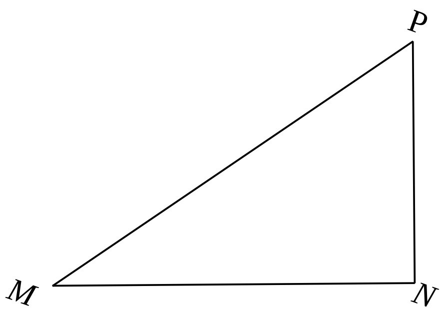
PyramideEA BCD	EB=16cm	BA=12cm	BC=8cm
Pyramide EMNP	EB=6,4	MN	NP

$MN=\frac{6{,}4\times 12}{16}=4{,}8cm$

c. Calcule la valeur exacte de NP.

$NP=\frac{6{,}4}{2}=3{,}2$ car $BC=\frac{EB}{2}$

d. Trace le triangle MNP en vraie grandeur.



e. Calcule la valeur exacte de MP.

Le triangle est MNP est un réduction du triangle ABC, il est donc rectangle en N. D’après le théorème de Pythagore, on a :

MP²=NM²+NP² MP²=33,28

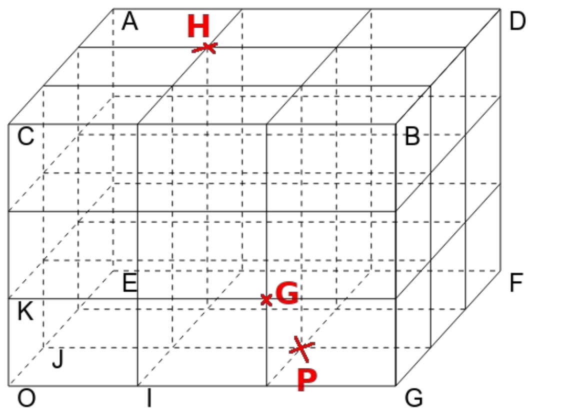
MP²=4,8²+3,2² $MP=\sqrt{33{,}28}$

MP²=23 ,04+10,24

Espace-repérage

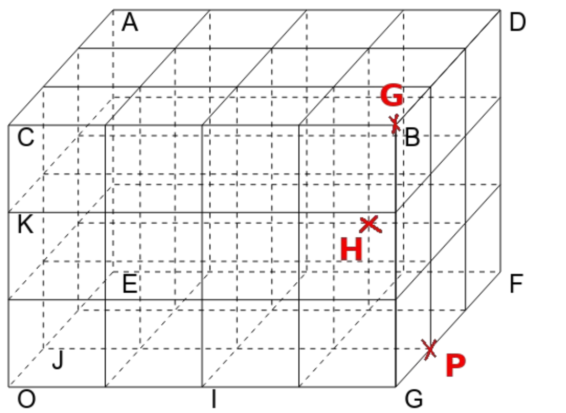
Exercice

Placer dans le repère (O;I,J,K), les points suivants : H(1 ;2 ;3) P (2;1;0) G(2;0 ;1)



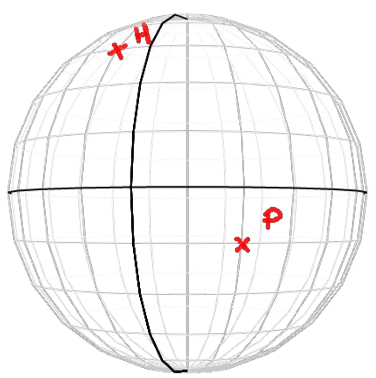
Exercice

Placer dans le repère (O;I,J,K), les points suivants : H(1,5 ;2 ;0,5) P (2;1;0) G(2;0 ;1,5)



Exercice

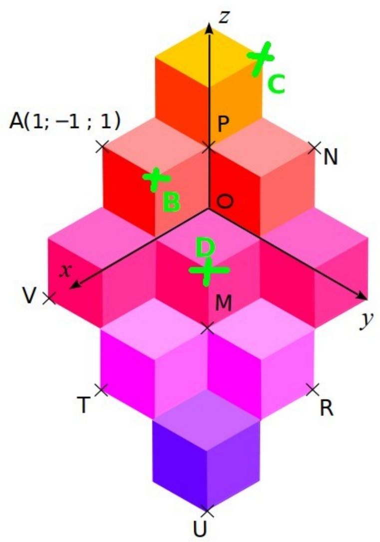
Placer sur cette sphère les points H(15°O ;45°N) P(30°E ;15°S)



Les graduations sont de 15°

Exercice Voici une figure inspirée des œuvres de Vasarély.

Les pavages proposés par ce plasticien donne l'illusion de petits cubes empilés.



Pour se repérer dans cet empilement, on rajoute à l'abscisse et l'ordonnée une troisième coordonnée : l'altitude.

L'abscisse se lit le long de l'axe $(0x)$;

L'ordonnée se lit le long de l'axe $(0y)$;

L'altitude se lit le long de l'axe $(0z)$;

a. En t'inspirant des coordonnées du point A, donne les coordonnées des points M, N , P, R , T, U et V.

M(1;1 ;-1) T(2;0 ;-2)

N(-1;1;1) U(2;2 ;-3)

P(0;0;1) V (2 ;-1 ;-1)

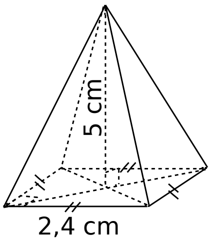
R(0;2 ;-2)

b. Place sur la figure les points suivants d'après leurs coordonnées.

B(1 ; 0 ; 1) C(−1 ; 0 ; 2) D(1 ; 1 ; 0)

Périmètre-Aire--Volume-Espace

Exercice Pour chaque pyramide, colorie la base et repasse en couleur une hauteur. Puis, complète les calculs pour déterminer le volume.

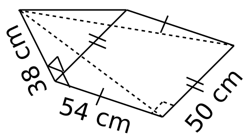


Aire de la base :

$2,4 \times 2,4 = 5,76$ cm²

Volume :

$\frac{5,76 \times 5}{3} = 9,6$ cm³



Aire de la base :

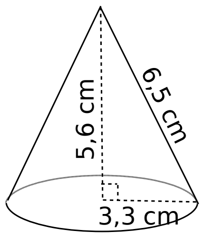
$50 \times 54 = 2700\ cm^2$ ……………

Volume :

$\frac{2700 \times 38}{3} = 34200\ cm^3$ ……….

Exercice Complète les calculs pour déterminer le volume exact de chaque cône de révolution.

a.



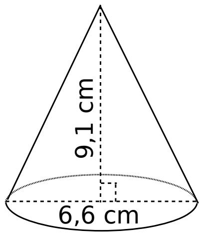
Aire de la base :

$\pi \times 3,3^2 = 10,89 \times \pi$ cm²

Volume :

$\frac{5,6 \times 10,89\pi}{3} = \frac{2541\pi}{125}$ cm³

b.



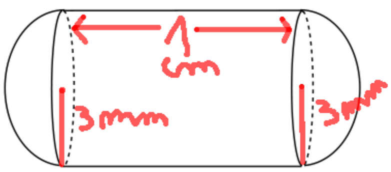
Aire de la base :

$\pi \times 3,3^2 = 10,89 \times \pi$ cm². .

Volume :

$\frac{9,1 \times 10,89\pi}{3} = 33,033\pi\ cm^3$

Exercice Une gélule a la forme d'un cylindre droit de longueur 1 cm avec une demi-sphère collée à chacune de ses bases de rayon 3 mm.



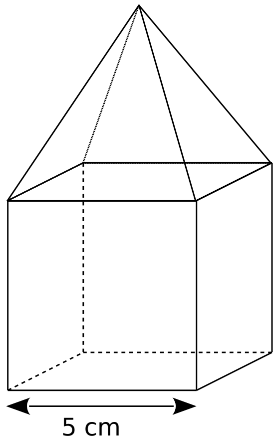
a. Reporte sur la figure les longueurs de l'énoncé exprimées en millimètre.

b. Calcule le volume total exact de la gélule puis son volume arrondi à l'unité.

$V = \frac{4}{3} \times 3^3 \times \Pi + 3^2 \times \Pi \times 10 = 126\,\Pi\ mm^3 \approx 396\ mm^3$

Exercice Calcule le volume des solides suivants. (Tu donneras la valeur exacte puis une valeur arrondie au mm³.)

a. Un cube surmonté d'une pyramide de même hauteur.



$V_{cube} = 5\,cm \times 5\,cm \times 5\,cm$

$V_{cube} = 125\,cm^3$

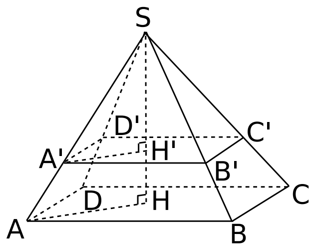
$V_{pyramide} = \frac{5cm \times 5cm \times 5cm}{3}$

$V_{pyramide} = \frac{125}{3}\,cm^3$

$V = V_{cube} + V_{pyramide} = 166,7\,mm^3$

Exercice On réalise la section d'une pyramide SABCD à base rectangulaire par un plan parallèle à sa base à 5 cm du sommet.

AB = 4,8 cm ;
BC = 4,2 cm
et SH = 8 cm.



a. Calcule le volume de la pyramide SABCD et l'aire du carré ABCD.

$V = \frac{4,8^2 \times 8}{3} = 61,44\,cm^3$ $\quad A = 4,8^2 = 23,04\,cm^2$

b. La pyramide SA'B'C'D' est une réduction de la pyramide SABCD. Donner le rapport de cette réduction.

$5:8 = \frac{5}{8}$

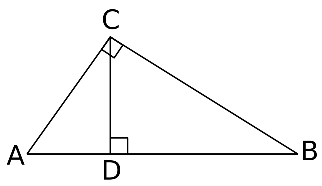
c. Déduis-en le volume de la pyramide SA'B'C'D' et l'aire du carré A'B'C'D'.

$V' = \left(\frac{5}{8}\right)^3 \times V = 15\,cm^3$ ……………………………………

$A' = \left(\frac{5}{8}\right)^2 \times A = 9\,cm^2$ ……………………………………

Trigonométrie 1

Exercice
À l'aide de la figure ci-dessous, complète les phrases suivantes.



a. Dans le triangle ABC rectangle en C, on a :

cos $\widehat{BAC}$ = $\frac{CA}{AB}$ cos $\widehat{ABC}$ = $\frac{CB}{AB}$

b. Dans le triangle BCD rectangle en D, on a :

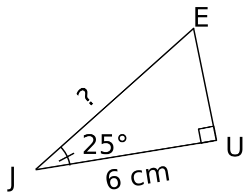
sin $\widehat{BCD}$ = $\frac{BD}{CB}$ tan $\widehat{DBC}$ = $\frac{DC}{DB}$

c. Dans le triangle ADC rectangle en D, on a :

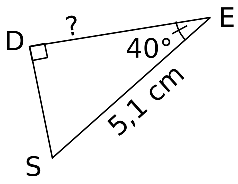
sin $\widehat{ACD}$ = $\frac{AD}{AC}$

Exercice Calcule, en rédigeant entièrement, la longueur demandée. (Tu arrondiras au dixième.)

a.



b.



JEU est un triangle rectangle en U.

DES est un triangle rectangle en D

$\cos(40^\circ)=\frac{DE}{5{,}1}$

$\frac{\cos(25^\circ)}{1}=\frac{6}{JE}$

$JE=\frac{1\times 6}{\cos(25^\circ)}$

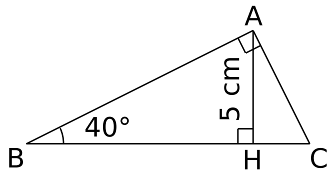
$JE=6{,}6cm$

$\frac{\cos(40^\circ)}{1}=\frac{DE}{5{,}1}$

$DE=\frac{\cos(40^\circ)\times 5{,}1}{1}$

$DE=3{,}9cm$

Exercice ABC est un triangle rectangle en A, H est le pied de la hauteur issue de A, AH = 5 cm ; $\widehat{ABC}$ = 40°.



a. Calcule la longueur AB arrondie au dixième.

Dans le triangle ABH rectangle en H, on a

$\sin(\widehat{ABH})=\frac{AB}{AB}$ $\sin(40^\circ)=\frac{5}{AB}$

$\frac{\sin(40^\circ)}{1}=\frac{5}{AB}$ $AB=\frac{5\times 1}{\sin(40^\circ)}$

$AB\approx 7{,}8cm$

b. Calcule la longueur BC arrondie au dixième.

Dans le triangle ABC rectangle en A, on a........

$\cos(\widehat{ABC})=\frac{AB}{BC}$

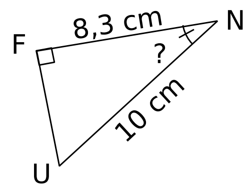
$\cos(40)=\frac{\frac{5}{\sin(40^\circ)}}{BC}$

$\frac{\cos(40^\circ)}{1}=\frac{\frac{5}{\sin(40^\circ)}}{BC}$

$BC=\frac{1\times\frac{5}{\sin(40^\circ)}}{\cos(40^\circ)}$

$BC\approx 10{,}2cm$

Exercice Calcule, en rédigeant entièrement, la mesure de l'angle demandée. (Tu arrondiras au degré.)



Dans le triangle FUN est rectangle en F, on a :

$\cos(\widehat{FNU})=\frac{FN}{UN}$

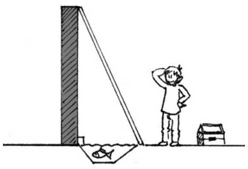
$\cos(\widehat{FNU})=\frac{8{,}3}{10}$

$\widehat{FNU}=\cos^{-1}\left(\frac{8{,}3}{10}\right)$

$\widehat{FNU}\approx 33{,}9^\circ$

Trigonométrie 2

Exercice Pour effectuer une réparation sur un toit, Esteban doit poser son échelle mesurant 2,20 m contre un mur. Pour qu'elle soit suffisamment stable, cette dernière doit former un angle d'au moins 65° avec le sol.



Esteban n'a pu poser son échelle qu'à 1,20 m du mur. Cette échelle sera-t-elle suffisamment stable ? Justifie.

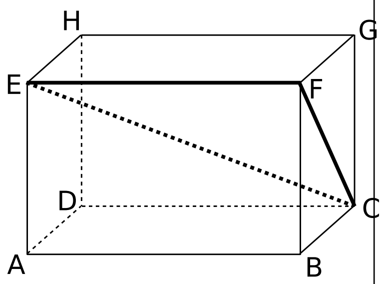
$\cos(\hat{\alpha})=\frac{1,2}{2,2}$ $\hat{\alpha}=\cos^{-1}\left(\frac{1,2}{2,2}\right)$

$\hat{\alpha}\approx 57^\circ$

L'échelle sera stable.

Exercice

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que : AB = 10 cm ; BC = 4,8 cm ; GC = 6,4 cm.



a. Calcule FC.

Le triangle GFC est rectangle en G, d'après le théorème de Pythagore, on a :

FC²=FG²+GC² FC²=64

FC²=4,8²+6,4² FC=8

b. Quelle est la nature du triangle EFC ?

C'est un triangle rectangle en F.

c. Donne l'arrondi à l'unité de la mesure de l'angle $\widehat{FCE}$.

Dans le triangle EFC rectangle en F, on a :

$\tan(\widehat{FCE})=\frac{EF}{FC}$

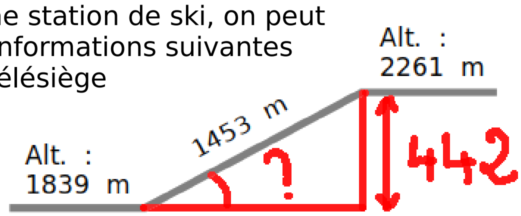
$\tan(\widehat{FCE})=\frac{10}{8}$

$\widehat{FCE}=\tan^{-1}\left(\frac{10}{8}\right)$

$\widehat{FCE}\approx 51^\circ$

Exercice

Dans une station de ski, on peut lire les informations suivantes sur un télésiège



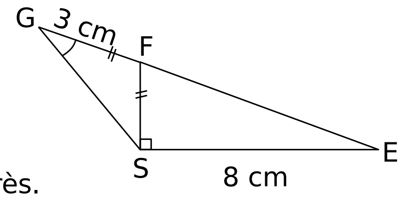
Calculer l'angle formé par le câble du télésiège avec l'horizontale. (arrondir au degré prés.

2261-1839=442 $\hat{\alpha}=\sin^{-1}\left(\frac{442}{1453}\right)$

$\sin(\hat{\alpha})=\frac{442}{1453}$ $\hat{\alpha}\approx 18^\circ$

Exercice

Sachant que les points E, F et G sont alignés, on veut calculer la longueur FS.



a. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{SFE}$ à 0,1° près.

$\tan(\widehat{SFE})=\frac{SF}{SE}$ $\widehat{SFE}=\tan^{-1}\left(\frac{3}{8}\right)$

$\tan(\widehat{SFE})=\frac{3}{8}$ $\widehat{SFE}\approx 20,6^\circ$

b. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{FGS}$ à 0,1° près.

$\widehat{GFE}$ étant plat on a :

$\widehat{GFS}=180^\circ-\widehat{SFE}=180^\circ-20,6^\circ=159,4^\circ$

GFS est isocèle en F donc $\widehat{FGS}=\widehat{FSG}$

donc $\widehat{FGS}=(180-159,4)\div 2=10,3^\circ$

Equations

Exercice 1

a. Complète les schémas suivants.

$-4 \xrightarrow{\times 2}$ -8 $\xrightarrow{+3}$ -5

5 $\xrightarrow{\times 2}$ 10 $\xrightarrow{+3}$ 13

$x \xrightarrow{\times 2}$ 2x $\xrightarrow{+3}$ 2x+3

b. Calcule $2x + 3$ lorsque $x = -1$.

$2\times(-1)+3=-2+3=1$ ....

c. Calcule x lorsque $2x + 3 = 8$.

2x=5...

x=2,5..

Exercice 2 Résous les équations suivantes :

a. $5x - 2 = -7$

5x➔-5

x=-1

....

Vérification :

Si x = -1 alors

$5x-2=5\times(-1)-2$

$5x-2=(-5)-2$

$5x-2=-7$

b. $9x - 64 = -1$

9x=63

x=7

....

Vérification :

Si x = 7 alors

$9x-64=9\times7-64$

$9x-64=63-64$

$9x-64=-1$

Exercice 3 **Programme de calcul**

- Choisis un nombre.
- Retire-lui 5.
- Multiplie le résultat par 3.

Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 0 ?

On remonte le programme :..............................

0:3=0   0+5=5 , il faut choisir 5....................

Quel nombre faut-il choisir pour obtenir -10 ?

On remonte le programme :..............................

$-10:3=-\frac{10}{3}$ $-\frac{10}{3}+5=\frac{5}{3}$ il faut choisir $\frac{5}{3}$

Exercice 4 Résous les équations suivantes

a. $3x + 2 = x + 6$

2x+2=6

2x=4

x=2

Vérification :

Si x = 2 alors............

$3x+2=3\times2+2=8$ .....

$x+6=2+6=8$ ....

....

b. $-8x + 3 = 5x - 2$

3=13x-2

5=13x

$\frac{5}{13}=x$

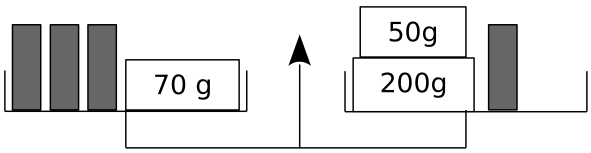
Vérification :

Si $x = \frac{5}{13}$ alors

$-8x+3=-8\times\frac{5}{13}+3=\frac{-1}{13}$

$5x-2=5\times\frac{5}{13}-2=\frac{-1}{13}$

Exercice 5



a. La balance est en équilibre. Écris une équation exprimant cette situation.

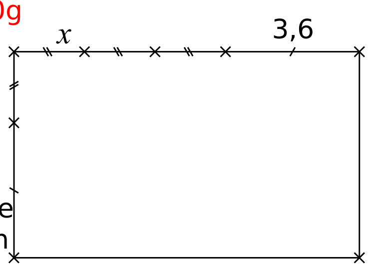
3x+70=250+x ....

b. Combien pèse un petit tube ?

2x+70=250   x=90

2x=18 Le tube pèse 90g

Exercice 6



a. Exprime le périmètre du rectangle en fonction de x.

P=4x+14,4...

b. Détermine x pour que le périmètre du rectangle soit de 27,2 cm.

4x+14,4=27,2..

4x=12,8...

x=3,2.......................................

....

....

Statistiques

Exercice 1 Voici les résultats d'une vente de sapins de différentes tailles organisée par une association.

Nombre de sapins	20	10	40	40	30
Prix du sapin (en €)	15	25	30	50	55

Calcule le prix moyen de vente d'un sapin. Arrondis le résultat au centime d'euro.

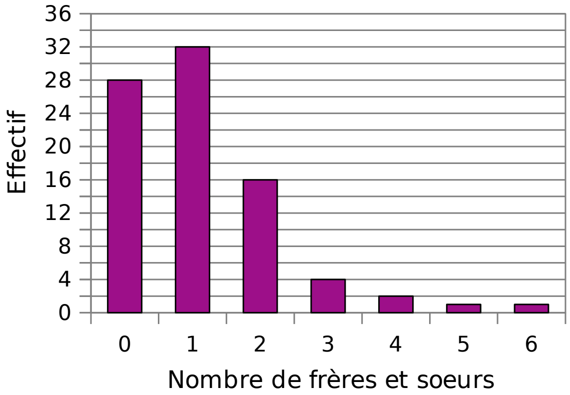
$M=\dfrac{20\times15+10\times25+40\times30+40\times50+30\times55}{20+10+40+40+30}$ ...

$M=\dfrac{5400}{140}$ ....

$M\approx38{,}57$ € ....

....

Exercice 2 Le diagramme en barres ci-dessous représente le nombre de frères et sœurs des élèves de 4^{e} du collège Sophie Germain de Strasbourg.



Calcule la moyenne du nombre de frères et sœurs par élève dans ce collège.

$M=\dfrac{0\times28+1\times32+2\times16+3\times4+4\times2+5\times1+6\times1}{28+32+16+4+2+1+1}$

$M=\dfrac{95}{84}\approx1{,}13$ ....

....

Exercice 3 Lors d'un contrôle, une classe de 3^{e} a obtenu les notes suivantes :

8 – 7 – 8 – 4 – 13 – 13 – 13 – 10 – 4 – 17 – 18 – 4
13 – 11 – 9 – 15 – 5 – 7 – 11 – 18 – 6 – 9 – 2 – 19
12 – 12 – 6 – 15

Complète le tableau suivant en rangeant toutes les notes par ordre croissant.

Notes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectifs	0	1	0	3	1	2	2	2	2	1

Notes	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Effectifs	2	2	4	0	2	0	1	2	1	0

Donne la médiane de ces notes.

Il y a 28 notes, la médiane est donc comprise entre la 14^{e} et 15^{e} note. La 14^{e} note est 10, la 15^{e} est 11. La médiane est donc 10,5. ....

....

....

On a lancé un dé 60 fois et on a relevé le numéro sorti.

6	4	4	2	4	2	3	2	5	5
3	2	5	1	4	2	5	3	5	5
2	2	1	2	3	4	4	3	4	4
4	2	5	3	6	2	4	2	3	2
2	2	2	2	3	4	2	2	3	5
2	4	5	5	4	3	4	5	2	6

Complète le tableau suivant.

Numéro	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Effectif	2	20	10	14	11	3
Fréquence	$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{11}{60}$	$\frac{1}{20}$

Quelle est la fréquence :

d'apparition du numéro 5 ?

La fréquence est de $\dfrac{11}{60}$ ....

en pourcentage d'apparition du numéro 2 ?

La fréquence est de $\dfrac{2}{3}\approx33{,}3\%$ ....

Probabilité

Exercice 1 Un sac opaque contient des bonbons bleus, rouges ou verts, tous indiscernables au toucher.

Quand on tire un bonbon au hasard, on a deux chances sur cinq de prendre un bonbon rouge et une chance sur deux de prendre un bonbon bleu.

a. Quelle est la probabilité d'obtenir un bonbon rouge ou un bonbon bleu ?

$\frac{2}{5}+\frac{1}{2}=\frac{4}{10}+\frac{5}{10}=\frac{9}{10}$ ....

La probabilité est de $\frac{9}{10}$

b. Déduis-en la probabilité d'obtenir un bonbon vert. Justifie ta réponse.

$1-\frac{9}{10}=\frac{1}{10}$ ....

La probabilité est de $\frac{1}{10}$ ....

Exercice 2 Au stand d'une fête foraine, un jeu consiste à tirer au hasard un billet de loterie dans un sac contenant exactement 180 billets.

- 4 de ces billets permettent de gagner un lecteur MP3.
- 12 permettent de gagner une grosse peluche.
- 36 permettent de gagner une petite peluche.
- 68 permettent de gagner un porte-clés.
- Les autres billets sont des billets perdants.

Quelle est la probabilité pour un participant :

a. de gagner un lecteur MP3?

La probabilité est de $\frac{4}{180}=\frac{1}{45}$ ....

....

b. de gagner une peluche (grande ou petite)?

$\frac{12}{180}+\frac{36}{180}=\frac{48}{180}=\frac{4}{15}$ ....

La probabilité est de $\frac{4}{15}$ ....

c. de ne rien gagner ?

$180-(4+12+36+68)=60$ $\frac{60}{180}=\frac{1}{3}$ La probabilité est de $\frac{1}{3}$

Exercice 3 Une classe de 3e est constituée de 25 élèves. Certains sont externes, les autres sont demi-pensionnaires. Le tableau ci-dessous donne la composition de la classe.

	Garçons	Filles	Total
Externes	2	3	5
DP	9	11	20
Total	11	14	25

a. Compléter le tableau.

On choisit au hasard un élève de cette classe. Quelle est la probabilité pour que :

b. cet élève soit une fille ?

La probabilité est de $\frac{14}{25}$ ....

c. cet élève soit externe ?

La probabilité est de $\frac{5}{25}=\frac{1}{5}$ ....

d. Si cet élève est demi-pensionnaire, quelle est la probabilité que ce soit un garçon ?

La probabilité est de $\frac{9}{20}$ ....

Exercice 4 Un sac opaque contient des bonbons au citron, à la fraise ou à la menthe, tous indiscernables au toucher.

Quand on tire un bonbon au hasard, on a une chance sur cinq de prendre un bonbon à la fraise et une chance sur deux de prendre un bonbon au citron.

Quelle est la probabilité d'obtenir un bonbon à la menthe ?

$\frac{2}{5}+\frac{1}{2}=\frac{4}{10}+\frac{5}{10}=\frac{9}{10}$ ....

$1-\frac{9}{10}=\frac{1}{10}$

La probabilité est de $\frac{1}{10}$ ...

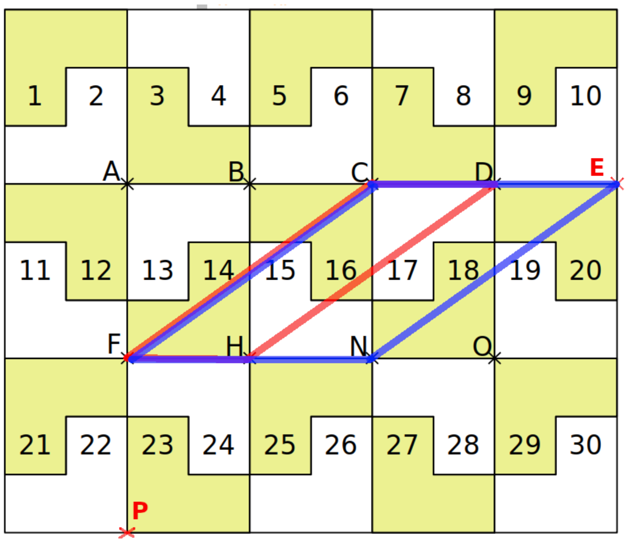
....

....

....

Transformations du plan

Exercice 1 Le pavage ci-dessous est réalisé avec 30 pièces identiques dont la forme est : .



Observe le pavage puis réponds aux questions suivantes.

a. Dans la translation qui transforme A en H :

- quelle est l'image de la pièce n°13 ? 25
- quelle est l'image de la pièce n°6 ? 18
- quelle est l'image de la pièce n°15 ? 27
- quelle est l'image de la pièce n°1 ? 13

b. Dans la translation qui transforme H en A :

- quelle est l'image de la pièce n°25 ? 13
- quelle est l'image de la pièce n°18 ? 6
- quelle est l'image de la pièce n°23 ? 11
- quelle est l'image de la pièce n°20 ? 8

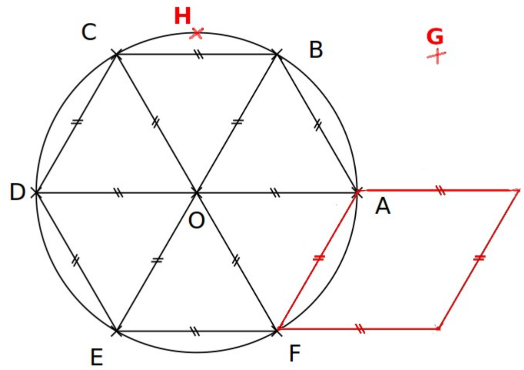
c. Quelle remarque peux-tu faire au sujet de ces deux translations ?

Elles sont contraires. L'une annule l'autre.......

d. Dans la translation qui transforme C en F :

- quelle est l'image du point D ? H
- Place le point P, image de N.
- Place le point E qui a pour image N.
- Trace les quadrilatères CDHF et CENF. Quelle est leur nature ?Ce sont des parallélogrammes

Exercice 2



a. On considère la rotation de centre O, d'angle 60° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Quelle est l'image du :

- point A ? B
- point F ? A
- triangle OBA ? OBC..
- losange ODEF ? OEFA

b. On considère la rotation de centre C, d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre. Quelle est l'image du :

- point B ? A
- point A ? F
- triangle OBA ? OAF
- losange OABC ? OFAB

c. On considère les rotations de centre O. Détermine les caractéristiques de la rotation permettant d'affirmer que :

- E est l'image de A.
  Rotation d'angle 120° Dans le sens des aiguilles d'une montre
- F est l'image de E.
  Rotation d'angle 60° sens inverse des aiguilles d'une montre
- A est l'image de D.
  Rotation d'angle 180°
- E est l'image de F.
  Rotation d'angle 60° Dans le sens des aiguilles d'une montre

d. Place le point G, image du point B par la rotation de centre A, d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre.

e. Trace l'image du losange ODEF par la rotation de centre F, d'angle 120° dans le sens des aiguilles d'une montre.

f. Place le point H, image du point B par la rotation de centre O, d'angle 30° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.