EDUCATION SCIENTIFIQUE - MATHEMATIQUES

Calcul mental au cycle 3

Quelques réponses à des questions fréquentes…

Sources http://www.uvp5.univ-paris5.fr/TFM/ et document d'accompagnement sur le calcul mental

Chargé de mission développement des sciences

2007

« Le calcul mental est une partie brillante et neuve de notre enseignement. Le maître et même l'élève y inventent sans cesse de nouveaux moyens de courir sans se tromper. Ce genre d'exercice est sain pour l'esprit…Mais la vitesse ne doit jamais y être séparée de la sûreté…On apprend à compter comme on apprend à traverser une rue ; il ne s'agit pas d'aller lentement ; mais il faut saisir le moment, apprendre à disposer de soi, et faire vite, sans aucune peur. »

ALAIN

INSPECTION ACADEMIQUE DE LA CORSE DU SUD

Sommaire

Pierre-Toussaint Casabianca
Chargé de mission pour le développement des sciences IA2A - Correspondant départemental pour l'école de la forêt (2A)
pierre-toussain.casabianca@ac-corse.fr - 04 95 51 59 75 - Fax : 04 95 51 59 46

1. J’entends parler de calcul mental, de calcul réfléchi, de calcul raisonné ou de calcul rapide… Que recouvrent ces différentes expressions

Ce que recouvre le terme « Calcul mental »

Dans ce domaine particulièrement, il convient de distinguer **ce qu’il faut mémoriser ou automatiser** (les tables, quelques doubles et moitiés, le calcul sur les dizaines et les centaines entières, les compléments à la dizaine supérieure, …) et **ce qu’il faut être capable de reconstruire** (et qui relève du calcul réfléchi : idée de rendre plus simple un calcul, souvent en procédant par étapes plus nombreuses, mais en s’appuyant sur ce qui est connu). L’exploitation des diverses procédures mises en œuvre par les élèves pour un même calcul permet de mettre l’accent sur les raisonnements mobilisés et sur les propriétés des nombres et des opérations utilisées “ en acte ” (certains parlent d’ailleurs à ce sujet de « calcul raisonné »)[i].

Les termes, d’une époque à une autre, ont quelque peu varié. En première approximation, on peut être tenté d’opposer le calcul *menta*l au calcul *écrit ou instrumenté*. Mais parler de calcul mental ne signifie pas que tout se passe sans écrire. Ce qu’on désigne sous le terme de calcul écrit (“l’opération posée”) requiert la connaissance des tables et la gestion des retenues, donc du calcul mental. Il ne dispense donc pas de calculer mentalement, bien au contraire ; la technique écrite française traditionnelle de la division, avec ou sans les soustractions intermédiaires requiert de nombreux traitements mentaux. Le déficit de maîtrise du calcul mental fragilise gravement l’apprentissage des techniques écrites.

Par ailleurs, l’expérience atteste, depuis des dizaines d’années, que les enfants ont souvent tendance à calculer mentalement en appliquant les algorithmes écrits. Ceci est dû très probablement à un établissement insuffisant du calcul mental préalablement à l’apprentissage des techniques écrites qui sont souvent abordées trop tôt et, par la suite, à une prise de conscience insuffisante des différences de traitement entre calcul écrit et calcul mental. Calculer mentalement 127 + 16 en référence à la technique écrite est plus coûteux en terme de charge mentale de travail que d’ajouter successivement 10 et 6. Il importe clairement que les techniques écrites s’appuient sur une pratique du calcul mental déjà bien installée.

Le propre du « calcul automatisé », qu’il s’agisse de l’emploi d’une calculette ou d’un algorithme appliqué avec papier et crayon, est de délaisser l’intuition des nombres, l’ordre de grandeur ; il met en œuvre un algorithme uniforme sur des *chiffres* et c’est précisément le nœud de son efficacité. Le calcul mental nécessite, au contraire, une intuition des nombres (qui s’affine avec l’entraînement) ainsi qu’une part d’initiative et de choix. Il opère sur des *nombres* et permet d’enraciner l’ordre de grandeur, le sens des opérations et leurs propriétés (commutativité, associativité, distributivité).

L’expression de « calcul mental », signifie qu’entre l’énoncé du problème et l’énoncé du résultat, on renonce à utiliser toute opération posée (technique opératoire usuelle). Cela n’implique pas qu’aucun support écrit ne puisse intervenir dans la consigne, dans la formulation du résultat, voire même dans le cours du calcul. Les expressions « calcul réfléchi » et « calcul raisonné », considérées comme équivalentes, sont clairement préférables à celle de “calcul rapide”, autrefois en usage. Elles insistent sur l’importance donnée à la **méthode** (choix d’une stratégie, élaboration d’une procédure) plutôt qu’à la rapidité d’exécution, au moins en ce qui concerne les calculs complexes[ii].

2. **Le calcul mental semble être à nouveau une priorité pour l'école primaire. Pourquoi est-il si important de développer de bonnes compétences en calcul mental chez les élèves ? Les différentes fonctions du calcul mental**

Au-delà de vertus traditionnellement évoquées ("gymnastique intellectuelle", "adresse de l'esprit" et même "formation du caractère", ou plus précisément "développement de l'attention et de la mémoire"), la pratique du calcul mental a une double fonction, sociale et pédagogique.

Fonction sociale

Il est d'abord un calcul d'usage. Il s'agit de mettre en place des moyens efficaces de calculer, utiles dans la vie courante, en l'absence de supports ou d'instruments. Même si l'usage de la calculette est de plus en plus répandu, il demeure nécessaire de savoir calculer sans elle, ou, à tout le moins, de pouvoir effectuer un calcul approché. C'est là d'ailleurs un moyen efficace de contrôle, une erreur de manipulation étant toujours possible. Enfin, comme cela a déjà été souligné, sans disponibilité rapide des résultats des tables, il n'y a pas d'accès possible aux techniques opératoires : n'oublions pas que, dans le cas de la multiplication, à l'entrée en sixième les erreurs de table sont plus fréquentes que celles qui sont dues à une mauvaise maîtrise de l'algorithme de calcul. Dans cette perspective, trois types d'objectifs peuvent être distingués :
- l'automatisation des calculs simples, orientée vers la production de résultats immédiatement disponibles : récupération en mémoire ou reconstruction instantanée, procédures automatisées ;
- la diversification des stratégies de calcul complexe : calcul réfléchi ou raisonné ;
- une première maîtrise du calcul approché, souvent utilisé dans la vie courante et dont l'apprentissage doit se poursuivre au collège.

Fonction pédagogique

Dans les apprentissages mathématiques, il joue un rôle important pour la compréhension et la maîtrise des notions enseignées. Cinq pistes peuvent être distinguées :
- le calcul mental permet aux élèves de construire et de renforcer leurs premières connaissances relatives à la structuration arithmétique des nombres entiers naturels (relations additives ou multiplicatives entre les nombres) ;
- la pratique du calcul réfléchi s'appuie, le plus souvent implicitement, sur les propriétés des opérations et, en retour, en assure une première compréhension ;
- les premiers maniements des notions mathématiques (ceux qui en permettent la compréhension initiale) sont le plus souvent fondés sur le recours au calcul mental ; que l'on pense aux situations de proportionnalité ou aux travaux sur les fractions à l'école primaire ou, plus tard, aux calculs sur les nombres relatifs ou au calcul algébrique : pour l'essentiel, les compétences des élèves se construisent dans un domaine numérique où domine le calcul mental ;
- le calcul réfléchi développe nécessite l'élaboration de procédures originales et, par là, contribue au développement des capacités de raisonnement des élèves (d'où l'expression de « calcul raisonné ») ;
- le calcul mental apporte souvent une aide à la résolution de problèmes, en permettant de ramener un problème à un champ numérique dans lequel les opérations deviennent plus familières : essayer avec des nombres plus petits permet, par exemple, d'avoir une intuition d'un mode de traitement possible[iii].

3. **Certains élèves éprouvent des difficultés pour mémoriser les tables d'addition ou de multiplication. Comment les aider ?**

Chargé de mission pour le développement des sciences IA2A - Correspondant départemental pour l'école de la forêt (2A)
pierre-toussain.casabianca@ac-corse.fr - 04 95 51 59 75 - Fax : 04 95 51 59 46

Quelques points d’appui pour favoriser la mémorisation

Certains élèves mémorisent facilement les tables d’addition ou de multiplication et les résultats indispensables à une bonne sûreté en calcul. D’autres ne parviennent pas à une mémorisation satisfaisante, malgré un entraînement répété. En effet, même s’il est indispensable, l’entraînement n’est pas le seul ressort de la mémorisation. Une bonne représentation mentale des nombres, la compréhension des opérations en jeu et une élaboration progressive des résultats constituent l’autre facette, tout aussi indispensable, de l’aide à la mémorisation.

Importance de la représentation des nombres

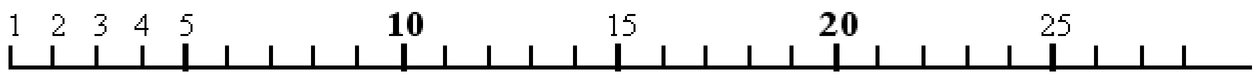
Les représentations des nombres sont intériorisées en prenant appui sur des représentations imagées ou symboliques. Dans les premières, on trouve les constellations (dés, dominos, jeu de cartes) ou les figurations à l’aide des doigts. Les secondes sont liées aux codages issus des systèmes de numération, chiffrée ou verbale. Il est donc important, dans les premiers apprentissages des nombres, de consolider les images mentales des « petits nombres », à partir de leurs représentations sous forme de constellations et, pour les nombres entre cinq et dix, en relation avec leurs décompositions par rapport à cinq (la capacité à afficher instantanément un nombre inférieur à dix à l’aide des doigts est pour cela une aide précieuse) ou avec leurs compléments à dix.

Ces représentations, figuratives ou symboliques, ne concernent pas seulement chaque nombre séparément, mais impliquent également des relations entre les nombres entiers dont l’ensemble est principalement structuré par deux rythmes.

Le premier est lié à la succession qui organise la suite verbale des noms des nombres.

un	deux	trois	quatre	cinq	six	sept	huit	neuf	dix	onze			

C’est une suite de mots (comptine), totalement ordonnée, qui débute par “un” et dont chaque mot « appelle » le suivant. Plus loin, à partir de vingt et avec des ruptures entre soixante et cent, ce rythme se trouve davantage en accord avec celui de la numération chiffrée (en base dix).
Le second est justement créé par la numération chiffrée (en base dix) :



Elle est rythmée par les dizaines et les centaines : répétition périodique du chiffre des unités à l’intérieur d’une dizaine, répétition des dizaines à l’intérieur de centaines… C’est la raison pour laquelle les opérateurs simples sont +1, +10, –1, –10.
La mémorisation des résultats des tables d’addition et de multiplication est sans doute favorisée par une bonne maîtrise de ces deux rythmes. Pour l’addition, une première étape est marquée par la reconnaissance du fait qu’ajouter 1 revient à dire le nombre suivant. Pour la multiplication, on connaît l’importance de la capacité à compter de 5 en 5, de 8 en 8…

Les délais de réponses enregistrés auprès d’élèves en phase d’apprentissage montrent que les résultats additifs simples sont d’abord reconstruits (avant d’être produits instantanément), en utilisant progressivement différents points d’appui que l’enseignant doit aider à mettre en place :

Pierre-Toussaint Casabianca
Chargé de mission pour le développement des sciences IA2A - Correspondant départemental pour l’école de la forêt (2A)
pierre-toussain.casabianca@ac-corse.fr - 04 95 51 59 75 - Fax : 04 95 51 59 46

- utilisation de la suite numérique, par surcomptage ;
- appui sur les doubles connus : 5 + 4, c'est 1 de plus que 4 + 4 ;
- utilisation de la commutativité de l'addition : 2 + 9 c'est comme 9 + 2 ;
- utilisation du passage par la dizaine : pour calculer 8 + 5, on « complète à 10 » (avec 2), puis « on ajoute 3 » (le complément de 2 à 5), ce qui suppose de connaître les compléments à 10 et les décompositions additives des nombres inférieurs à 10.

L'objectif est bien que, au début du cycle 3, les élèves soient capables de fournir instantanément tous les résultats des tables d'addition, ainsi que les différences et les compléments associés. Ajoutons que la mémorisation fonctionne essentiellement sur un format verbal (acoustique). Ainsi, parmi les résultats symétriques (comme sept plus cinq et cinq plus sept) l'un est toujours plus disponible que l'autre. Une autre caractéristique importante réside dans le rôle joué par les doubles : ils sont toujours rappelés de façon plus sûre et plus rapide que les autres résultats, ce qui permet des stratégies efficaces de calcul.

Pour les résultats multiplicatifs, la reconstruction est plus difficile et il faut viser, avant la fin du cycle 3, une mémorisation totale des produits des tables et leur utilisation pour répondre à des questions du type « combien de fois 7 dans 56 ? », « 56 divisé par 7 ? » ou « décomposer 56 sous forme de produits de 2 nombres inférieurs à 10 ». Les points d'appui pour la construction des résultats pendant la phase d'apprentissage sont en partie différents de ceux relatifs au répertoire additif. On peut citer l'appui :
- sur les résultats rapidement connus des tables de deux et de cinq ;
- sur le comptage de n en n pour retrouver un résultat à partir d'un résultat mémorisé ;
- sur la connaissance des carrés, souvent bien maîtrisés ;
- sur la commutativité de la multiplication ;
- sur le fait que multiplier par quatre, c'est doubler deux fois ou que multiplier par six revient à tripler, puis doubler ;
- sur des particularités et des régularités repérées dans la table de Pythagore, par exemple que multiplier un nombre par 9 revient à prendre le prédécesseur de ce nombre comme chiffre des dizaines et le complément à 9 de ce dernier comme chiffre des unités (6 ´ 9 = 54 : 5 c'est 6 –1 et 5 + 4 = 9).

Conditions de la mémorisation

Mémoriser les tables est le résultat d'un très long processus. Commencée au début du cycle 2, la mémorisation des tables d'addition n'est souvent véritablement établie qu'au cours de la première année du cycle 3. Amorcée en fin de cycle 2, celle des tables de multiplication n'est pas encore achevée pour tous les élèves en fin de cycle 3 (il faut cependant en viser la maîtrise à la fin de ce cycle). Il s'agit pourtant de connaissances indispensables pour la vie quotidienne aussi bien que pour les apprentissages mathématiques. Tout doit donc être fait pour améliorer les performances des élèves.

La première condition d'une mémorisation réside dans la compréhension des opérations en jeu. L'élève est d'abord capable de calculer « quatre plus trois » parce qu'il est capable d'évoquer « quatre objets réunis avec trois objets » ou parce qu'il sait que le résultat est le nombre qui est situé « trois après quatre » sur la bande numérique, donc parce l'addition a du sens pour lui. Il n'y a pas encore mémorisation et, pourtant, c'est la première étape de la mémorisation. Certains enfants sont capables très tôt d'élaborer des résultats de façon purement mentale. D'autres ont par exemple recours à leurs doigts. Ce recours ne doit être ni encouragé ni interdit, ce qui, dans ce dernier cas, laisserait des enfants démunis face au calcul proposé. Par contre, il n'est pas opportun, dans les moments de calcul mental, de mettre des jetons à disposition des enfants, comme aide au calcul : il n'y aurait alors plus de calcul mental !

La deuxième condition réside dans la prise de conscience de l'intérêt qu'il peut y avoir à disposer d'un répertoire

Chargé de mission pour le développement des sciences IA2A - Correspondant départemental pour l'école de la forêt (2A)
pierre-toussain.casabianca@ac-corse.fr - 04 95 51 59 75 - Fax : 04 95 51 59 46

de résultat. Dans un premier temps, l'enseignant peut recenser des résultats au fur et à mesure qu'ils sont élaborés par les élèves (sans ordre déterminé), les noter sur une affiche et permettre aux élèves d'y avoir recours pour répondre à des questions, sans qu'il soit nécessaire de les reconstruire : il s'agit d'une première étape vers la mémorisation. Progressivement, ce répertoire est ensuite organisé, complété et structuré en tables.

La troisième condition réside, pour l'élève, dans la prise de conscience du fait que certains résultats sont mémorisés et qu'un répertoire mental est en train de se constituer. Pour l'addition, il est souvent limité au début à la connaissance de quelques doubles et à la prise de conscience du fait que « ajouter 1 » revient à dire le suivant *(« je connais quatre plus un, c'est celui qui vient après quatre, c'est cinq »)* .

La quatrième condition réside dans la capacité à utiliser ce qu'on sait pour obtenir d'autres résultats : *« quatre plus trois, c'est un de plus que trois plus trois », « six fois huit, c'est huit de plus que cinq fois huit », « quatre fois sept, c'est le double de deux fois sept »* . La mise en place de points d'appui est donc une étape décisive de la mémorisation : connaissance des doubles, décompositions en appui sur le nombre cinq, complément à dix pour la table d'addition ; carrés, tables de deux et de cinq… pour la multiplication.

L'utilisation de certaines propriétés des opérations permet également d'économiser la quantité de résultats à mémoriser, en particulier la commutativité *(« sept fois quatre, c'est comme « quatre fois sept »)* . Ajoutons que, pour l'addition, à l'issue de l'apprentissage, certaines personnes n'ont mémorisé qu'une partie du répertoire et, à partir de là, reconstruisent l'autre partie, alors que d'autres ont mémorisé tous les résultats.

Pour la multiplication, une mémorisation complète s'avère, à terme, plus efficace.

La cinquième condition réside dans l'entraînement des résultats mémorisés. La mémorisation est favorisée par *l'entraînement* et, probablement, par la *diversité* des représentations mises en jeu. La répétition verbale rituelle des "tables", dans l'ordre croissant, engendre des risques, en particulier celui de ne pas pouvoir fournir un résultat sans réciter toute la table ou encore celui d'une confusion entre résultats voisins. Mieux vaut donc, s'agissant d'entraînement et de construction des "tables", ne pas procéder toujours par ordre croissant.

Les équipes de cycle ont donc à examiner soigneusement dans quelle mesure ces différentes conditions de la mémorisation sont prises en charge à l'école. Car si le travail d'entraînement est souvent assuré par les familles, l'essentiel des activités qui contribuent à une bonne mémorisation relèvent bien du travail scolaire qui ne peut être limité au contrôle de ce qui doit être su.

Disponibilité des résultats
Un dernier point mérite d'être souligné. Il a déjà été dit que la récitation des tables, dans l'ordre croissant, pouvait constituer une gêne pour une mémorisation efficace. Il convient d'ajouter un autre élément essentiel. Connaître ses tables, ce n'est pas seulement être capable de dire instantanément n'importe quel résultat de l'une des tables. C'est aussi être capable d'exploiter rapidement cette connaissance pour donner une résultat connexe. Connaître 7 + 6, c'est être capable de répondre 13 immédiatement, mais c'est également pouvoir répondre immédiatement à « combien de 7 pour aller à 13 ? », « combien de 6 pour aller à 13 ? », « 13 – 6 », « 13 – 7 » ou encore à produire très vite, entre autres, 7 + 6 et 6 + 7 lorsque sont demandées des décompositions additives de 13. De même, connaître 7 ´ 6, c'est être capable de répondre 42 immédiatement, mais c'est également pouvoir répondre immédiatement à « quel nombre multiplié par 7 donne 42 ? », « quel nombre multiplié par 6 donne 42 ? », « 42 divisé par 7 », « 42 divisé par 6 » ou encore à produire très vite 7 ´ 6 et 6 ´ 7 lorsque sont demandées des décompositions multiplicatives de 42. De telles questions doivent être posées dès le départ des apprentissages.[iv]

Pierre-Toussaint Casabianca
Chargé de mission pour le développement des sciences IA2A - Correspondant départemental pour l'école de la forêt (2A)
pierre-toussain.casabianca@ac-corse.fr - 04 95 51 59 75 - Fax : 04 95 51 59 46

4. En calcul mental réfléchi, faut-il laisser chaque élève choisir ses procédures ou faut-il privilégier certaines procédures ?

Le calcul réfléchi est d'une autre nature que le calcul automatisé. Il ne s'agit plus de récupérer directement en mémoire un résultat ou une procédure directement applicable, mais d'élaborer une procédure adaptée au calcul particulier qui est proposé. Stratégie et raisonnement sont alors sollicités. D'autres représentations des nombres sont mobilisées, notamment celles qui sont liées à leur expression dans les deux systèmes de numération utilisés, numération chiffrée et numération orale. Ces deux numérations ne sont pas exactement superposables. La traduction chiffrée de « quatre-vingt douze » ne fait intervenir ni 4, ni 20, ni 12. C'est une première raison pour laquelle il n'est pas équivalent de proposer un calcul à faire mentalement sous la forme écrite " 92 + 15 = ? " et sous la forme orale « quatre-vingt douze plus quinze ». Une autre raison relève de la mémorisation : dans le premier cas, la consigne reste visible alors que dans le second elle doit être enregistrée, ce qui occupera une partie de la mémoire de travail.

Examinons quelques procédures qui peuvent être mises en place pour traiter deux calculs apparemment proches.

25 X 12	25 X 19
P1 : calcul séparé de 25 X 10 et de 25 X 2, puis somme des résultats partiels P2 : décomposition de 12 en 4 X 3, d'où calcul de 25 X 4, puis de 100 X 3 P3 : utilisation du fait que 25 est le quart de 100, en divisant d'abord 12 par 4, puis en multipliant le résultat par 100 (ou multiplication de 12 par 100, puis division du résultat par 4).	P4 : calcul de 25 X 20 (directement ou par 25 X 2 X 10), puis soustraction de 25 au résultat obtenu P5 : calcul de 19 X 20 (par 19 X 2 X 10), puis de 5 X 19 (nouveau calcul réfléchi qui peut être traité par la somme de 5 X 10 et de 5 X 9, par exemple), puis somme des deux résultats partiels.

Bien que 25 soit un des facteurs des deux produits, sa présence n'induit pas les mêmes stratégies de calcul et les procédures choisies dépendent des connaissances préalables des élèves à partir desquelles ils analysent les nombres en présence. Ainsi, pour utiliser P3, il faut savoir que 25 est le quart de 100, mais aussi que 12 est un multiple de 4. Pour reconnaître que P3 est difficilement applicable pour 25 ´ 19, il faut savoir que 19 n'est pas un multiple de 4…

Par ailleurs, comme cela a déjà été souligné, le calcul réfléchi suppose la mise en œuvre, souvent implicite, de diverses propriétés des opérations en jeu.

En calcul réfléchi, aucune procédure ne s'impose a priori et, le plus souvent, plusieurs sont possibles. Le travail en classe doit donc être axé sur l'explicitation et la confrontation des procédures possibles et efficaces.

Par ailleurs, un calcul réfléchi effectué mentalement mobilise une partie de la mémoire de travail, éventuellement pour le maintien de l'énoncé (s'il est donné sous forme orale), et dans tous les cas pour la représentation des règles de calculs et la mémorisation de résultats intermédiaires. Une cause possible d'erreur de calcul provient de la saturation de la mémoire de travail. Ce risque de saturation peut être diminué en autorisant les élèves à noter des résultats intermédiaires ou, dans certains cas, en notant au tableau le calcul à effectuer. Mais il ne faut

Chargé de mission pour le développement des sciences IA2A - Correspondant départemental pour l'école de la forêt (2A)
pierre-toussain.casabianca@ac-corse.fr - 04 95 51 59 75 - Fax : 04 95 51 59 46

pas oublier que le calcul mental privilégie le traitement des nombres conçus du point de vue de la numération orale : l'énoncé oral des calculs à effectuer est donc à privilégier.[v]

5. Comment conduire une séance de calcul mental ?
Des mises en œuvre adaptées à l'objectif visé (mémorisation ou calcul réfléchi)

Le calcul mental est d'abord un moyen efficace de calculer. C'est donc intégré aux autres activités que le calcul mental doit d'abord vivre dans la classe. Son intérêt pratique majeur réside dans son utilité pour la vie quotidienne, dans la mesure où il suffit souvent pour prendre une décision et permet d'autre part de contrôler un résultat affirmé par une autre personne ou obtenu à l'aide d'une machine. Il doit être encouragé chez les élèves, par une forme d'imprégnation, dans toutes les activités relevant des mathématiques ou d'autres disciplines, dès lors qu'il permet de répondre plus rapidement et aussi efficacement qu'en posant les opérations ou qu'en utilisant la calculatrice. Il peut, ainsi, être utilisé dans différentes activités fonctionnelles : déplacement en autobus, éducation physique, consultation d'un calendrier, d'un catalogue ou d'un horaire, etc.
Dès le CP, des moments spécifiques doivent, **chaque jour**, être ménagés pour l'entraînement au calcul mental automatisé et pour l'exercice du calcul mental réfléchi. En fonction de l'objectif poursuivi, ils prennent des formes différentes.

Dans la phase où il s'agit **d'entretenir et de contrôler la mémorisation de résultats** (tables, relations entre nombres du type 5, 20, 25, 50, 75, 100…) ou **l'automatisation de procédures** (compléments à la dizaine supérieure, multiplication ou division par 10 ; 100…), des séquences brèves (cinq à dix minutes) sont appropriées. De telles séquences de calcul peuvent être conduites avec la classe entière, ou par groupes de huit à dix enfants. Il est souhaitable qu'elles débutent par une activité très facile, quasi rituelle et surtout destinée à focaliser l'attention. La consigne est orale. En petit groupe, la réponse peut être individuelle et orale. En plus grand groupe, elle peut être écrite (sur ardoise ou papier), ou encore en exhibant une carte parmi un choix de cartes-réponses. Selon les séances, l'enseignant peut utiliser le procédé Lamartinière dans lequel, après avoir été noté sur l'ardoise, chaque résultat est immédiatement corrigé ou faire inscrire l'ensemble des résultats sur une feuille de papier pour ne les exploiter qu'à la fin de l'interrogation. Dans ce type de calcul, centré sur le résultat, la rapidité est un objectif visé, car il s'agit de faire maîtriser un répertoire avec sûreté.
Dans la phase où il s'agit de **travailler le calcul réfléchi** (résultats exacts ou approchés), les séquences peuvent être nettement plus longues (de un quart d'heure à une demi-heure). Elles sont, en général, menées en grand groupe. Pour chaque question posée, il faut laisser du temps aux élèves pour chercher. Puis, vient le moment d'expliciter les procédures utilisées dans la classe, éventuellement de les traduire pas écrit, avant de les discuter et de les justifier du point de vue de leur pertinence, de leur efficacité et de conclure par une brève synthèse de l'enseignant. Il peut être envisagé d'entraîner à l'exécution de certains types de calculs, pour obtenir des réponses rapides, mais en gardant à l'esprit que l'élève conserve le choix de la procédure qui lui paraît la plus adaptée ou la plus sûre. Ainsi pour calculer 23 + 9 ou 44 + 9 il est commode d'utiliser la suite d'opérateurs +10 suivi de –1. Il faut cependant prendre garde à faire apparaître les limites de ces procédés : pour 30 + 9 ou pour 31 + 9, d'autres procédures plus rapides sont disponibles. Et même pour 44 + 9, certains élèves peuvent préférer ajouter successivement 6 et 3 à 44, simplement parce qu'ils ont du mal à reculer dans la suite des nombres. Pour résumer, certaines procédures peuvent être pointées comme souvent efficaces, mais liberté doit être laissée à l'élève de choisir la procédure qu'il est le mieux à même de mener à son terme. Pour d'autres types de calculs, c'est un véritable “problème de calcul” qui est posé, c'est-à-dire une opération pour laquelle il n'existe pas de stratégie clairement privilégiée (ex. 348 + 257). Dans ce cas, la rapidité d'exécution n'est nullement un objectif, et l'on favorisera l'explicitation des procédures des uns et des autres. Ceci dans le but d'en faire découvrir de nouvelles et ultérieurement de pouvoir les utiliser.

Pierre-Toussaint Casabianca
Chargé de mission pour le développement des sciences IA2A - Correspondant départemental pour l'école de la forêt (2A)
pierre-toussain.casabianca@ac-corse.fr - 04 95 51 59 75 - Fax : 04 95 51 59 46

Dans tous les cas (calcul automatisé ou calcul réfléchi) , les questions peuvent porter directement sur les nombres ou être situées dans le cadre de la résolution de « petits problèmes », dans des contextes variés : sens des opérations et entraînement au calcul mental sont alors travaillés simultanément. Ajoutons qu'il n'est pas équivalent de poser la question *« calculer 17 + 23 »* (oralement ou par écrit) et le problème *« Arnaud avait 17 billes et en gagne 23 ; combien en a-t-il maintenant ? »*. Chacun de ces énoncés active une représentation de la tâche à accomplir. Dans le premier cas, elle porte sur des nombres "purs", dans le second elle s'appuie sur l'évocation d'un certain champ de réalité. L'expérience montre surtout qu'il s'agit, dans le second cas, d'un moyen efficace d'aider les élèves à progresser dans la maîtrise du « sens des opérations ».
En dehors des séquences décrites ci-dessus, des situations de jeux, stratégiques ou non, utilisant des supports classiques (dés, dominos, cartes, jeux et logiciels du commerce…) ou des supports spécifiques mettent en jeu des décompositions numériques ou des calculs simples. Elles fournissent des occasions de travailler la mémorisation de résultats ou la mise en œuvre de stratégies de calcul. Elles peuvent intervenir dans le cadre d'ateliers, en groupes restreints, ou bien en fond de classe.[vi]

6. Mes élèves ont des difficultés quand il s'agit de conduire un calcul approché. Pourquoi ? Comment les aider ?

Le calcul approché : un calcul réfléchi avec des difficultés particulières

Le cas du calcul approché est encore plus délicat. Non seulement il faut choisir une procédure de calcul, mais, de plus, il faut décider de l'approximation voulue (si elle n'est pas donnée) et choisir les arrondis pour chaque nombre intervenant dans le calcul. Considérons l'exemple de la recherche d'une approximation pour 439 ´ 17. On peut hésiter entre le calcul de 400 ´20, 450 ´ 20 ou 500 ´ 15. Chacun d'entre eux fournit une approximation acceptable si on se contente d'avoir un résultat à environ 500 près. Pourtant ces calculs sont a priori très différents. C'est pourquoi les premiers exercices de calcul approché peuvent être centrés sur la détermination du choix d'un résultat plausible (ou de plusieurs) parmi un ensemble de résultats fournis ou sur le repérage d'un *nombre rond* proche du résultat, sur la droite numérique, ce qui revient à déterminer un ordre de grandeur du résultat.
Entraîner les élèves à évaluer les effets prévisibles des choix effectués constitue une autre dimension du calcul approché qui, moins encore que le calcul réfléchi « exact », ne peut être mécanisé. Sa pratique, dans les deux dernières années du cycle 3, est pourtant importante pour entraîner les élèves à contrôler les résultats qu'ils obtiennent par un calcul instrumenté ou par un calcul posé.[vii]

7. Faut-il prévoir des moments spécifiques pour le calcul mental ?

Utilisation « courante » du calcul mental et entraînement nécessaire.

Le calcul mental est d'abord un moyen efficace de calculer. C'est donc intégré aux autres activités que le calcul mental doit d'abord vivre dans la classe. Son intérêt pratique majeur réside dans son utilité pour la vie quotidienne, dans la mesure où il suffit souvent pour prendre une décision et permet d'autre part de contrôler un résultat affirmé par une autre personne ou obtenu à l'aide d'une machine. Il doit être encouragé chez les élèves, par une forme d'imprégnation, dans toutes les activités relevant des mathématiques ou d'autres disciplines, dès lors qu'il permet de répondre plus rapidement et aussi efficacement qu'en posant les opérations ou qu'en utilisant la calculatrice. Il peut, ainsi, être utilisé dans différentes activités fonctionnelles : déplacement en autobus, éducation physique, consultation d'un calendrier, d'un catalogue ou d'un horaire, etc.

Dès le CP, des moments spécifiques doivent, **chaque jour**, être ménagés pour l'entraînement au calcul mental

Pierre-Toussaint Casabianca
Chargé de mission pour le développement des sciences IA2A - Correspondant départemental pour l'école de la forêt (2A)
pierre-toussain.casabianca@ac-corse.fr - 04 95 51 59 75 - Fax : 04 95 51 59 46

automatisé et pour l'exercice du calcul mental réfléchi. En fonction de l'objectif poursuivi, ils prennent des formes différentes (…).

Dans tous les cas (calcul automatisé ou calcul réfléchi), les questions peuvent porter directement sur les nombres ou être situées dans le cadre de la résolution de « petits problèmes », dans des contextes variés : sens des opérations et entraînement au calcul mental sont alors travaillés simultanément. Ajoutons qu'il n'est pas équivalent de poser la question *« calculer 17 + 23 »* (oralement ou par écrit) et le problème *« Arnaud avait 17 billes et en gagne 23 ; combien en a-t-il maintenant ? »*. Chacun de ces énoncés active une représentation de la tâche à accomplir. Dans le premier cas, elle porte sur des nombres "purs", dans le second elle s'appuie sur l'évocation d'un certain champ de réalité. L'expérience montre surtout qu'il s'agit, dans le second cas, d'un moyen efficace d'aider les élèves à progresser dans la maîtrise du « sens des opérations ».

En dehors des séquences décrites ci-dessus, des situations de jeux, stratégiques ou non, utilisant des supports classiques (dés, dominos, cartes, jeux et logiciels du commerce…) ou des supports spécifiques mettent en jeu des décompositions numériques ou des calculs simples. Elles fournissent des occasions de travailler la mémorisation de résultats ou la mise en œuvre de stratégies de calcul. Elles peuvent intervenir dans le cadre d'ateliers, en groupes restreints, ou bien en fond de classe.[viii]

8. J'ai entendu parlé du procédé Lamartinière pour conduire rapidement une séance de calcul mental. Comment se déroule une séance basée sur ce procédé.

Pour entretenir la mémorisation de résultats.

Dans la phase où il s'agit **d'entretenir et de contrôler la mémorisation de résultats** (tables, relations entre nombres du type 5, 20, 25, 50, 75, 100…) ou **l'automatisation de procédures** (compléments à la dizaine supérieure, multiplication ou division par 10 ; 100…), des séquences brèves (cinq à dix minutes) sont appropriées. De telles séquences de calcul peuvent être conduites avec la classe entière, ou par groupes de huit à dix enfants. Il est souhaitable qu'elles débutent par une activité très facile, quasi rituelle et surtout destinée à focaliser l'attention. La consigne est orale. En petit groupe, la réponse peut être individuelle et orale. En plus grand groupe, elle peut être écrite (sur ardoise ou papier), ou encore en exhibant une carte parmi un choix de cartes-réponses. Selon les séances, l'enseignant peut utiliser le procédé Lamartinière dans lequel, après avoir été noté sur l'ardoise, chaque résultat est immédiatement corrigé ou faire inscrire l'ensemble des résultats sur une feuille de papier pour ne les exploiter qu'à la fin de l'interrogation. Dans ce type de calcul, centré sur le résultat, la *rapidité* est un objectif visé, car il s'agit de faire maîtriser un répertoire avec sûreté.[ix]

9. On parle souvent de calcul rapide quand on évoque le calcul mental. Le calcul réfléchi n'exige-t-il pas que les élèves puissent prendre leur temps pour chercher ?

Des séances plus longues pour le calcul réfléchi

Dans la phase où il s'agit de travailler le **calcul réfléchi** (résultats exacts ou approchés), les séquences peuvent être nettement plus longues (de un quart d'heure à une demi-heure). Elles sont, en général, menées en grand groupe. Pour chaque question posée, il faut laisser du temps aux élèves pour chercher. Puis, vient le moment d'expliciter les procédures utilisées dans la classe, éventuellement de les traduire pas écrit, avant de les discuter et de les justifier du point de vue de leur pertinence, de leur efficacité et de conclure par une brève synthèse de l'enseignant. Il peut être envisagé d'entraîner à l'exécution de certains types de calculs, pour obtenir des réponses rapides, mais en gardant à l'esprit que l'élève conserve le choix de la procédure qui lui paraît la plus

Pierre-Toussaint Casabianca
Chargé de mission pour le développement des sciences IA2A - Correspondant départemental pour l'école de la forêt (2A)
pierre-toussain.casabianca@ac-corse.fr - 04 95 51 59 75 - Fax : 04 95 51 59 46

adaptée ou la plus sûre. Ainsi pour calculer 23 + 9 ou 44 + 9 il est commode d'utiliser la suite d'opérateurs +10 suivi de –1. Il faut cependant prendre garde à faire apparaître les limites de ces procédés : pour 30 + 9 ou pour 31 + 9, d'autres procédures plus rapides sont disponibles. Et même pour 44 + 9, certains élèves peuvent préférer ajouter successivement 6 et 3 à 44, simplement parce qu'ils ont du mal à reculer dans la suite des nombres. Pour résumer, certaines procédures peuvent être pointées comme souvent efficaces, mais liberté doit être laissée à l'élève de choisir la procédure qu'il est le mieux à même de mener à son terme. Pour d'autres types de calculs, c'est un véritable "problème de calcul" qui est posé, c'est-à-dire une opération pour laquelle il n'existe pas de stratégie clairement privilégiée (ex. 348 + 257). Dans ce cas, la rapidité d'exécution n'est nullement un objectif, et l'on favorisera l'explicitation des procédures des uns et des autres. Ceci dans le but d'en faire découvrir de nouvelles et ultérieurement de pouvoir les utiliser.[x]

---

[i] Extrait du document d'application des programmes – Mathématiques – Cycles et 2 et 3 (p. 6)
[ii] Extrait du document d'accompagnement des programmes – Mathématiques – (p. 33) – MEN-CNDP (2006)
[iii] Extrait du document d'accompagnement des programmes – Mathématiques – (p. 33-34) – MEN-CNDP (2006)
[iv] Extrait du document d'accompagnement des programmes – Mathématiques – (p. 34-35-36) – MEN-CNDP (2006)
[v] Extrait du document d'accompagnement des programmes – Mathématiques – (p. 36) – MEN-CNDP (2006)
[vi] Extrait du document d'accompagnement des programmes – Mathématiques – (p. 37-38) – MEN-CNDP (2006)
[vii] Extrait du document d'accompagnement des programmes – Mathématiques – (p. 36-37) – MEN-CNDP (2006)
[viii] Extrait du document d'accompagnement des programmes – Mathématiques – (p. 37-38) – MEN-CNDP (2006)
[ix] Extrait du document d'accompagnement des programmes – Mathématiques – (p. 39) – MEN-CNDP (2006)
[x] Extrait du document d'accompagnement des programmes – Mathématiques – (p. 37) – MEN-CNDP (2006)

Chargé de mission pour le développement des sciences IA2A - Correspondant départemental pour l'école de la forêt (2A)
pierre-toussain.casabianca@ac-corse.fr - 04 95 51 59 75 - Fax : 04 95 51 59 46