

Février 2009

MATHÉMATIQUES

CALCUL MENTAL ... QUE DU CALCUL?

PLANNING

1. Les mathématiques à la rentrée 2008
2. Calcul et évaluations
3. Quelques éclairages didactiques
4. Programmations et remédiations
 1. Démarche pour le calcul mental
 2. Les difficultés de l'automatisation
5. Calcul mental : quelques outils...

UN ÉTAT DES LIEUX

(RAPPORT DE L'IGEN MATHS - JUIN 2006 - 120 CLASSES DE CYCLE 3)

- ✗ Les maîtres s'emploient majoritairement à favoriser la plus grande place possible à la résolution de problèmes mais peu de problèmes de la vie courante.
- ✗ Absence de pratique régulière du calcul mental dans un grand nombre de classes.
- ✗ Faible recours aux calculettes.
- ✗ Les tables de multiplication ne sont pas partout apprises comme il le faudrait.
- ✗ La mémorisation devrait être mieux exercée.
- ✗ Le calcul devrait faire l'objet d'une attention plus soutenue (conciliant les activités d'entraînement et les exercices).
- ✗ De manière générale, les pratiques pédagogiques ne tiennent pas suffisamment compte de la diversité des élèves et de leurs connaissances préalables au moment d'aborder une notion nouvelle.
- ✗ Les programmations de cycle sont trop souvent négligées (1/4 des écoles).
- ✗ L'environnement mathématique est peu modernisé, l'appel à l'usage des TICE étant rare.
- ✗ Rapport à la langue trop faible ou quelquefois inappropriée (utilisation globalement insuffisante du cahier de brouillon et une présence trop faible d'un cahier de références).

UN ÉTAT DES LIEUX

(RAPPORT DE L'IGEN MATHS - JUIN 2006 - 120 CLASSES DE CYCLE 3)

- ✘ Les mathématiques ont été peu évoquées
- ✘ Des formations nationales à développer
- ✘ Les actions académiques pour le développement d'une réflexion sur l'enseignement des mathématiques et pour des actions éventuelles sont rares.
- ✘ 5 % à 6 % des journées stagiaires sont consacrées aux mathématiques (tous cycles) de 32 à 36 % pour le français, 9 à 10 % pour les langues vivantes étrangères
- ✘ Depuis la parution des derniers programmes, l'enseignement des mathématiques n'a pas occupé une place centrale dans les directives nationales. Il n'a donc pas constitué une priorité dans les plans de formation des maîtres et dans les animations de circonscription. Toutefois, des initiatives ont été prises aux divers niveaux, notamment autour des résultats aux évaluations nationales. La liaison entre l'école et le collège est particulièrement faible.

UN ÉTAT DES LIEUX

(RAPPORT DE L'IGEN MATHS - JUIN 2006 - 120 CLASSES DE CYCLE 3)

✘ Avis de l'académie des sciences

(23 janvier 2007)

✘ La circulaire de rentrée 2007

(BO n° 3 du 18 janvier 2007 - CIRCULAIRE N°2007-011 DU 9-1-2007 et annexes)

✘ L'enseignement du calcul

(BO n° 10 du 8 mars 2007 C. n° 2007-051 du 2-3-2007)

- + À l'école élémentaire : calcul mental, calcul posé, calcul instrumenté
 - ✘ Le calcul mental doit faire l'objet d'une pratique quotidienne d'au moins 15 minutes
 - ✘ Le calcul posé
- + La liaison avec les autres disciplines et les situations-problèmes

UN ÉTAT DES LIEUX

(RAPPORT DE L'IGEN MATHS - JUIN 2006 - 120 CLASSES DE CYCLE 3)

✘ Le socle commun de connaissances et de compétences - nouveaux programmes

(socle commun, modifications maths, BO hors série n°5 du 12/04/07, modifications 2002 2007)

«La scolarité obligatoire doit au moins garantir à chaque élève les moyens nécessaires à l'acquisition d'un socle commun constitué d'un ensemble de connaissances et de compétences qu'il est indispensable de maîtriser pour accomplir avec succès sa scolarité, poursuivre sa formation, construire son avenir personnel et professionnel et réussir sa vie en société»

LE SOCLE COMMUN DE CONNAISSANCES ET DE COMPÉTENCES - NOUVEAUX PROGRAMMES

(SOCLE COMMUN, MODIFICATIONS MATHS, BO HORS SÉRIE N° 5 DU 12/04/07, MODIFICATIONS 2002 2007)

✘ Objectifs du socle:

- + Fixer les repères culturels et civiques qui constituent le contenu de l'enseignement obligatoire
- + Définir les sept compétences que les élèves doivent maîtriser à l'issue de la scolarité obligatoire

LE SOCLE COMMUN DE CONNAISSANCES ET DE COMPÉTENCES - NOUVEAUX PROGRAMMES

(SOCLE COMMUN, MODIFICATIONS MATHS, BO HORS SÉRIE N°5 DU 12/04/07, MODIFICATIONS 2002 2007)

7 compétences, sans compensation

- ✘ La maîtrise de la langue
- ✘ La pratique d'une langue vivante étrangère
- ✘ Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique
- ✘ La maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication
- ✘ La culture humaniste
- ✘ Les compétences sociales et civiques
- ✘ L'autonomie et l'esprit d'initiative

LES PROGRAMMES DE 2008

- ✘ Recentrage sur la systématique
- ✘ Avancement (ou précocités ?) de certaines compétences...
- ✘ Des exigences fortes de répartition et d'harmonisation des pratiques pédagogiques de la maternelle au cm2...
 - + Exemple : du partage à la division

LES ÉVALUATIONS CM2 – JANVIER 2009

En termes d'évaluation, trois questions :

- ✘ Comment aider les enseignants à repérer les élèves qui vont avoir du mal à atteindre le niveau d'exigence d'un pilier à un palier donné (mettre en place des aides, PPRE) ?
- ✘ Comment attester de la maîtrise des compétences de chaque pilier du socle à chaque palier et en fin de collège ?
- ✘ Comment rendre compte de l'évolution des compétences des élèves au regard du socle ?

LES ÉVALUATIONS CM2 – JANVIER 2009

CM2 P

CM2 E

✘ Les compétences retenues

Connaître les résultats des tables de multiplication. Les utiliser pour retrouver les facteurs d'un produit.	74-75
Calculer mentalement le résultat d'une opération ou d'une suite d'opération, ou le terme manquant d'une opération.	69-70
Poser et effectuer une addition, une soustraction ou une multiplication sur des nombres entiers ou décimaux.	78-79-80-81
Poser et effectuer une division d'un nombre entier ou décimal par un nombre entier.	82-83
Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations	76-77

Exercice 3

Complète les produits ci-dessous.

$$0,8 = 8 \times \dots\dots\dots$$

$$0,50 = 2 \times \dots\dots\dots$$

Item 69		Item 70	
0	1	0	1

69 39,40% le 1er est correctement complété ($0,8 = 8 \times 0,1$ ou $\times \underline{1/10}$)

70 33,63% le second est correctement complété ($0,50 = 2 \times 0,25$)

CM2 P

CM2 E

Exercice 7

A	
B	
C	
D	
E	

F	
G	
H	
I	
J	

Item 74	
0	1

Exercice 8

Complète les multiplications ci-dessous ; l'utilisation de la table de 1 est interdite.

..... x = 48
..... x = 81
..... x = 35
..... x = 63
..... x = 56

		9 produits, au moins, ont été restitués mentalement, correctement
74	71,28%	sur les 10
		les égalités proposée conviennent
75	73,38%	pour 4 des multiplications, au moins

Exercice 9

Résous le problème suivant :

Une directrice d'école achète 12 dictionnaires, pour un montant total de 186 €. Combien coûte un seul de ces dictionnaires ?

Tu peux faire tes calculs ici.

76	56,04%	la division est correctement posée ou une autre démarche recevable a été mise en œuvre
77	22,42%	le résultat 15,50 euros, pour le prix d'un dictionnaire a été trouvé

Exercice 10

CM2 P

Pose et effectue les opérations suivantes.

CM2 E

$$109 + 12,78$$

$$45,69 - 7,08$$

$$15 \times 34$$

$$39,4 \times 6$$

$$846 : 6$$

$$34,6 : 5$$

78	55,34%	121,78 - opération correctement posée et correctement effectuée
79	65,15%	38,61 - opération correctement posée et correctement effectuée
80	69,18%	510 - opération correctement posée et correctement effectuée
81	50,09%	236,4 - opération correctement posée et correctement effectuée
82	55,87%	141 - opération correctement posée et correctement effectuée
83	23,64%	6,92 - opération correctement posée et correctement effectuée

QUELQUES ÉCLAIRAGES : CHARNAY, BRISSIAUD

✘ Roland Charnay



Professeur agrégé de mathématiques et titulaire d'un DEA de didactique des sciences.

Professeur en École Normale depuis 1968, formateur en IUFM depuis 1991
Chercheur associé en didactique des mathématiques à l'INRP (Institut National de Recherche Pédagogique).

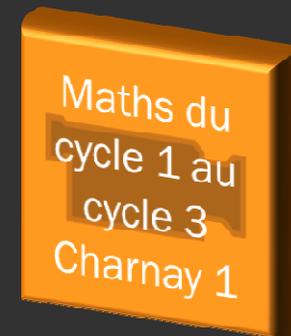
A collaboré pendant plusieurs années à l'IREM de Lyon (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques).

Co-responsable de l'équipe ERMEL (Équipe de Recherche Mathématique pour l'École Élémentaire), il est membre du groupe d'experts sur les programmes de l'école primaire et du collège.

Responsable scientifique du site TFM
(Télé Formation Mathématique)

QUELQUES ÉCLAIRAGES : CHARNAY, BRISSIAUD

- ✘ Calcul mental (56'20 charnay1) et comptine numérique (31'15 charnay2)
- ✘ Résolution de problèmes (1 02' 35'' charnay2 et 48'20 charnay1)



QUELQUES ÉCLAIRAGES : CHARNAY, BRISSIAUD

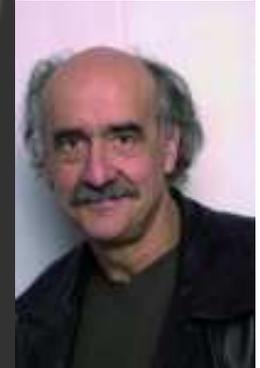
✘ Rémi Brissiaud

MC de Psychologie Cognitive

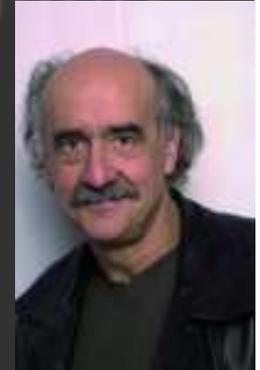
IUFM de Versailles

Équipe : "Compréhension Raisonnement et Acquisition
de Connaissances"

Laboratoire Paragraphe



QUELQUES ÉCLAIRAGES : CHARNAY, BRISSIAUD



Concept de DIVISION

- ✘ Partager un nombre équitablement
c'est pareil que
- ✘ Compter combien de fois le nombre cherché
est contenu dans l'autre

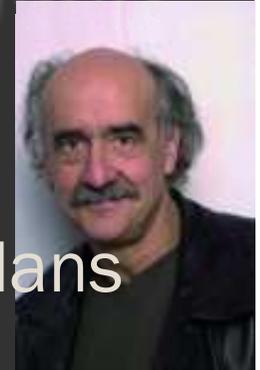
Concept de SOUSTRACTION

- ✘ La valeur d'un ajout
c'est pareil que
- ✘ Le résultat d'un retrait

QUELQUES ÉCLAIRAGES : CHARNAY, BRISSIAUD

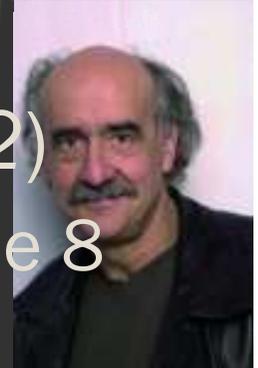
✘ Plusieurs niveaux de procédures

- + 1er niveau : Simulation des actions décrites dans l'énoncé
- + Le 2ème niveau : Utilisation des symboles numériques comme abréviations sténographiques du vocabulaire
- + 3ème niveau : Utilisation des concepts arithmétiques construits à l'école



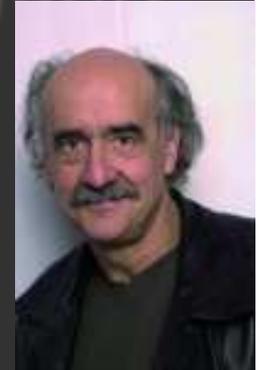
QUELQUES ÉCLAIRAGES : CHARNAY, BRISSIAUD

- ✘ Exemples : (*Problèmes de l'évaluation CE2*)
 - + Problème 1: Un jardinier a planté 8 rangées de 8 arbres. Combien a-t-il planté d'arbres ?
 - + Problème 2: Une fleuriste a 23 roses. Combien peut-elle faire de bouquets de 5 roses ?
 - + Problème 3 : Éric a 17 billes. Il joue avec Adrien et il gagne. Après la partie, il a 31 billes. Combien en a-t-il gagnées ?
 - + Problème 4 : Émilie a 17 bonbons. Elle en mange 8. Combien lui en reste-t-il ?



QUELQUES ÉCLAIRAGES : CHARNAY, BRISSIAUD

- ✘ 1^{ère} conséquence : l'enfant est capable de résoudre des problèmes variés au 1^{er} niveau avant la leçon.
- ✘ Lors de l'abandon de la technique opératoire de la division au CP préconisée jusqu'en 1970, on n'a plus proposé de problèmes de division.
- ✘ On a alors constaté que les élèves ont eu beaucoup de mal à passer au 3^{ème} niveau parce qu'ils n'ont jamais connu le premier.
- ✘ Le premier danger est donc de retarder les problèmes variés : division, partage, fractions simples ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$) sont accessibles très tôt...



QUELQUES ÉCLAIRAGES : CHARNAY, BRISSIAUD



- ✘ 2ème conséquence : le passage d'un niveau à l'autre ne se fait pas dans la continuité.
- ✘ Exemple : l'introduction du signe (-)
- ✘ Entre le 1^{er} et le 2^{ème} niveau, pas de problème.
- ✘ Pour le 3^{ème} niveau, on ne peut pas dire à l'élève : "*conceptualise !*" - "*développe-toi !*" Le passage ne peut se faire que progressivement.
- ✘ Surtout, il faut se garder de vouloir passer au 3^{ème} niveau trop précocement sous peine de faire beaucoup de dégâts...

AINSI...

- ✘ Pour améliorer les pratiques pédagogiques, c'est la précocité de la conceptualisation qu'il faut mettre en avant:
 - + Prôner l'introduction des symboles arithmétiques dans des situations variées plutôt que dans les situations typiques auxquelles ils sont rattachés.
 - + Prôner l'enseignement précoce des stratégies de calcul mental qui favorisent la conceptualisation : $102 - 6$ ne se calcule pas mentalement de la même manière que $102 - 94$ et l'élève qui dispose précocement des deux sortes de stratégies progresse plus rapidement dans la conceptualisation de la soustraction que celui qui n'en dispose pas.
 - + Alerter les enseignants sur le fait qu'on observe des décalages développementaux extrêmement importants dans la réussite aux problèmes non-typiques relevant d'une opération arithmétique donnée.
 - + Les alerter sur le fait qu'en exigeant trop précocement l'emploi de la « bonne opération » de la part de tous les élèves, le pédagogue risque d'en faire dysfonctionner certains de manière durable.

POUR PROGRAMMER OU REMÉDIER, ON DEVRA...

- ✘ Tenir compte des compétences et des démarches spécifiques
- ✘ Articuler calcul posé, approché, instrumenté, mental (automatisé et réfléchi)
- ✘ Lier calcul, connaissances des nombres et résolution de problèmes
- ✘ Trouver les bons outils

LE CALCUL AUTOMATISÉ

- ✘ Les objectifs :
- ✘ Automatiser les calculs simples.
- ✘ Mémoriser certains résultats pour faciliter la mise en place des techniques de calcul.
- ✘ Connaître les tables.

LE CALCUL RÉFLÉCHI

✗ Les objectifs :

- + Élaborer des procédures adaptées aux calculs proposés.
- + Apprendre à s'appuyer sur des résultats mémorisés.
- + Permettre de mémoriser certaines procédures ou de découvrir certains résultats qui seront ensuite mémorisés.

✗ La démarche :

- + Les procédures sont explicitées, discutées et justifiées du point de vue de leur pertinence et de leur efficacité.
- + Aucune procédure n'est imposée. On signale simplement les procédures les plus efficaces...
- + Chaque séance se termine par une synthèse formulée par le maître en s'appuyant sur les éléments découverts lors de la séance.

LE CALCUL RÉFLÉCHI

- ✗ Ex : pour calculer $43 + 19$:
 - + Nous pouvons décider d'ajouter $40 + 10$ d'une part puis $3 + 9$ de l'autre et ensuite ajouter les deux résultats partiels obtenus.
 - + Mais nous pouvons aussi décider d'ajouter $10 + 43$ puis 9 à 53 .
 - + Ou alors ajouter $20 + 43$ puis enlever 1 , etc.

LE CALCUL RÉFLÉCHI

- ✘ Un même calcul peut être conduit en utilisant des procédures différentes selon les individus (notamment en fonction de leurs connaissances sur les nombres et les opérations).
- ✘ Il nécessite plus d'effort que le calcul automatisé, le temps et la charge mentale sont donc plus importants.

LES RÉSULTATS MÉMORISÉS

× Des sources de difficultés multiples :

+ Résultats issus des sciences cognitives

× Interférences 1 (Fayol, Barrouillet 1997)

× Interférences 2 (Fayol, Barrouillet 1997)

× Mémoire de travail et allègement cognitif (Fayol)

× Intuition numérique (Dehaenne, La bosse des maths, premier pas vers les maths...)

× Dyscalculie(s)?

+ Un petit exercice pour se mettre en appétit (NDS)...

LE CALCUL MENTAL – UNE DÉMARCHÉ TYPE?

- ✗ Pour le cycle 1
- ✗ Pour les autres cycles?

LE CALCUL MENTAL – UNE DÉMARCHE TYPE?

- ✘ Les travaux de F.Boule et D.Butlen proposent d'organiser les séances de calcul mental (automatisé, réfléchi) autour de trois temps forts :
- ✘ La phase d'échauffement, très brève, pour mettre les élèves en condition d'écoute et de concentration, ne présentant aucune difficulté technique pour permettre un démarrage de tous les élèves.
- ✘ La phase d'entraînement, avec des calculs simples, en jouant sur les différentes variables en jeu, elle fait appel à des connaissances ou des procédures qui doivent être directement disponibles et rappelées éventuellement pendant la correction.
- ✘ La phase de calcul réfléchi, plus complexe, où plusieurs procédures sont possibles, la correction permettra de les confronter et de faire apparaître éventuellement la plus adaptée.

Objectif	Durée	Dispositif	Commentaires
<p>- <u>Calcul automatisé</u> : entretenir ou contrôler la mémorisation de résultats ou l'automatisation de procédures</p>	<p>5 à 10 minutes</p>	<p>- Classe entière - Consigne orale - Réponse écrite (ardoise, brouillon) ou choisie parmi des propositions.</p>	<p>- Débuter par une activité facile, rituelle pour focaliser l'attention. - Procédé Lamartinière avec correction immédiate de chaque résultat ou correction différée.</p>
<p>Dans ce type de séance, la rapidité est souvent de mise car, l'objectif est de maîtriser un répertoire avec sûreté.</p>			
<p>- <u>Calcul réfléchi</u> : concevoir des méthodes et comparer leur efficacité</p>	<p>15 à 30 minutes</p>	<p>Classe entière</p>	<p>- Pour chaque question, laisser un temps de recherche aux élèves. - Exposé des procédures, discussion et justification. - Liberté est laissée à l'élève de choisir sa procédure.</p>
<p>Des situations de jeux, stratégiques ou non, utilisant dés, dominos, cartes et mettant en jeu des décompositions numériques ou des calculs simples fournissent des occasions de rappel des résultats arithmétiques ou matière à calculs. Dans tous les cas, les questions peuvent porter directement sur les nombres ou être situées dans la résolution de « petits problèmes ».</p>			

ILLUSTRATION EN CLASSE

- ✗ Cycle 2
- ✗ Cycle 3

OUTILS POUR PROGRAMMER

✘ Les documents officiels, toujours utilisables...

C1,2,3	Mathématiques	Mathématiques - École primaire (reprise de documents publiés séparément)	DAC
MAT	Mathématiques	Vers les mathématiques : quel travail en maternelle ?	DAC
C2	Mathématiques	Mathématique cycle 2	DAP
C2	Mathématiques	L'espace et la géométrie au cycle 2	DAC
C2 C3	Mathématiques	Le calcul posé à l'école élémentaire	DAC
C2 C3	Mathématiques	Grandeurs et mesure à l'école élémentaire	DAC
C2 C3	Mathématiques	Résolution de problèmes et apprentissage - Des solutions personnelles vers les solutions expertes	DAC
C2 C3	Mathématiques	Le calcul mental	DAC
C2 C3	Mathématiques	Utiliser les calculatrices en classe	DAC
C2 C3	Mathématiques	Les problèmes pour chercher	DAC
C3	Mathématiques	Mathématiques cycle 3	DAP
C3	Mathématiques	Articulation école collège	DAC

Les programmes de 2008... seulement pour les compétences

OUTILS POUR PROGRAMMER

✘ Les outils départementaux

- + [Calcul mental en Cycle 2](#)
- + [Calcul mental en Cycle 3](#)
- + [Quelques réponses à des questions fréquentes?](#)
- + [Cd-rom de ressources](#)

Article en ligne sur le site de l'IA2A

<http://web.ac-corse.fr/ia2a/>

OUTILS POUR REMÉDIER

- ✘ <http://cisad.adc.education.fr/eval/>
- ✘ <http://www.banqoutils.education.gouv.fr/index.php>
- ✘ 2 Aides à l'analyse des résultats des évaluations CM2 : 1 et 2
- ✘ Bilan de l'APE