

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES...

8 avril 2009

Des enjeux complémentaires

- Acquérir des outils mathématiques...
- Être capable de les utiliser dans différents domaines, en autonomie
- Préparer la suite des apprentissages (collège...)
- Développer des compétences générales

ETAT DES LIEUX

Quelques données

%1	%0	
72,33	22,42	Connaître les résultats des tables de multiplication. Les utiliser pour retrouver les facteurs d'un produit.
70,05	24,87	Reconnaître, et vérifier à l'aide des instruments que des droites sont parallèles ou que des droites sont perpendiculaires.
68,65	26,27	Tracer une figure à partir d'un programme de construction, d'un modèle ou d'un schéma codé, en utilisant les instruments.
66,37	28,37	Ordonner, comparer, encadrer des nombres. Les placer sur une droite graduée.
66,32	28,43	Passer d'une écriture fractionnaire à une écriture à virgule et réciproquement.
59,98	34,85	Connaître les unités de temps et leurs relations, et calculer des durées. Lire l'heure sur un cadran à aiguilles.
59,94	34,63	Poser et effectuer une addition, une soustraction ou une multiplication sur des nombres entiers ou décimaux.
59,89	34,76	Écrire et nommer les nombres entiers, décimaux et les fractions.
56,22	38,70	Reconnaître, et vérifier en utilisant les instruments, qu'une figure est un carré, un rectangle, un losange, un triangle particulier, un parallélogramme.
51,58	40,54	Lire ou produire des tableaux et les analyser.
50,35	41,86	Savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution.
46,67	45,80	Estimer ou mesurer une longueur, calculer un périmètre, une aire, un volume. Connaître les différentes unités et leurs relations.
39,75	54,82	Poser et effectuer une division d'un nombre entier ou décimal par un nombre entier.
39,23	55,52	Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations.
36,51	58,23	Calculer mentalement le résultat d'une opération ou d'une suite d'opérations, ou le terme manquant d'une opération.
22,71	70,46	Résoudre des problèmes concrets faisant intervenir des grandeurs et une ou plusieurs des quatre opérations.
16,02	76,27	Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité.

Evaluation 6^e - 2003

Xavier range les 50 photos de ses dernières vacances dans un classeur.

Chaque page contient 6 photos.

a) Combien y a-t-il de pages complètes ?

b) Combien y a-t-il de photos sur la page incomplète ?

Il y a pages complètes. **54 %**

Il y a photos sur la page incomplète. **57 %**

Procédures possibles - Problème des photos

- Division par 6
 - Division (CM1)
- Essais de produits par 6
 - Table de multiplication (CE2)
- Addition de 6 en 6
 - Addition (CE1)
- Schématisation des pages et des photos
 - Dénombrement (CP)

Une question

Pourquoi des élèves qui disposent de l'une ou l'autre des connaissances permettant de résoudre ce problème...

- ne pensent-ils pas...
- n'osent-ils pas...
- ne se croient-ils pas autorisés...

... (à) les utiliser pour répondre à la question?

Comparaison internationale (PISA 2003)

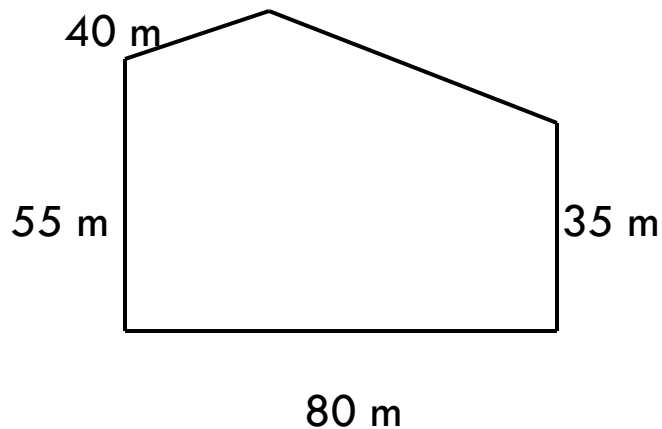
Deux points faibles caractéristiques

- "Les élèves ont des connaissances, mais elles sont **peu disponibles**. Pour la plupart d'entre eux, si on ne leur dit pas explicitement quelles connaissances mathématiques il convient d'utiliser dans une situation donnée, ils ne la trouveront pas d'eux-mêmes, même s'ils possèdent le ou les éléments de connaissance correspondants".
- Manque **d'autonomie** : "Ils ne s'attaquent qu'aux questions qu'ils pensent pouvoir résoudre, ils ne disposent pas de stratégies pour aborder un problème qui ne leur est pas familier : essayer, expérimenter, bricoler... ne font pas partie des modes d'approche possibles".
- Antoine Bodin, Les mathématiques face aux évaluations, revue Repères (IREM), octobre 2006

Raisonnement (exemple 1 : éva 6^e, 2000)

Le dessin ci-dessous représente un terrain clos.

On a indiqué la longueur de quatre des cinq côtés de ce terrain.



La clôture qui entoure ce terrain a une longueur de 260 m.

Trouve la longueur du cinquième côté.

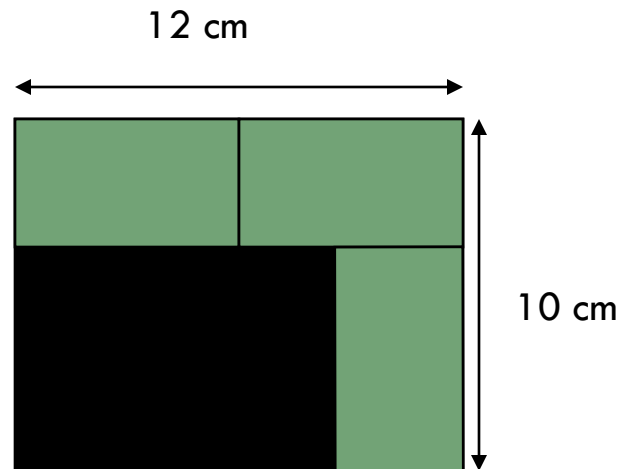
Ecris tes calculs.

Démarche : 64 %

Réponse : 57 %

Raisonnement (exemple 2 : éva 6^e, 2000)

Sophie a dessiné et colorié trois étiquettes rectangulaires toutes identiques sur une plaque de carton, comme le montre le dessin. La plaque est rectangulaire et a pour longueur 12 cm et pour largeur 10 cm.



a) Calcule la longueur réelle d'une étiquette. Ecris tes calculs. **44 %**

b) Calcule la largeur réelle d'une étiquette. Ecris tes calculs. **23 %**

22 % des élèves ont mesuré

ANALYSE DES DIFFICULTÉS

Quelques pistes

Résoudre un problème "simple"

(Exemple, Evaluation 6^e 2001)

Marie fête son anniversaire le 22 septembre : elle a 11 ans.

Elle dit à sa maman : "J'ai exactement 32 ans de moins que toi".

Quel est l'âge de la maman de Marie ?

Bonne réponse : **75 %**

Calcul $32 - 11$: **10 %**

Indices textuels : "*de moins*"

Représentation de la situation : *chronologie*

Raisonnement : *J'ai 32 ans de moins que toi*

Tu as 32 ans de plus que moi

Situation additive : *difficulté à l'interpréter comme telle*

Les roses et les iris (éva 6^e 1998)

Un fleuriste fait des bouquets avec des roses et des iris.

Une rose coûte 10 F. et un iris coûte 4 F.

Il doit y avoir 15 fleurs par bouquet et le prix d'un bouquet ne doit pas dépasser 100 F.

a) Le fleuriste peut-il mettre 8 roses et 5 iris ? Réponds par oui ou par non. Explique.	
b) Le fleuriste peut-il mettre 5 roses et 10 iris ? Réponds par oui ou par non. Explique.	
c) Le fleuriste peut-il mettre 8 roses et 7 iris ? Réponds par oui ou par non. Explique.	

Les roses et les iris (résultats)

Un fleuriste fait des bouquets avec des roses et des iris.

Une rose coûte 10 F. et un iris coûte 4 F.

Il doit y avoir 15 fleurs par bouquet et le prix d'un bouquet ne doit pas dépasser 100 F.

a) Le fleuriste peut-il mettre 8 roses et 5 iris ? Réponds par oui ou par non. Explique.	15 %
b) Le fleuriste peut-il mettre 5 roses et 10 iris ? Réponds par oui ou par non. Explique.	75 %
c) Le fleuriste peut-il mettre 8 roses et 7 iris ? Réponds par oui ou par non. Explique.	72 %

Hypothèses de départ sur la RP

- Nature des difficultés rencontrées par les élèves, le point de vue des enseignants
 - La 1^{ère} difficulté incriminée est que les élèves ne savent pas lire (compréhension, vocabulaire, pas de représentation mentale de la situation)
 - La 2^{ème} explication est le manque de familiarité avec l'énoncé proposé (trop décontextualisé, pas intéressant, rapport à la réalité faussé).
 - La 3^{ème} est qu'ils ont des difficultés en calcul (techniques non maîtrisées, pas d'estimation de l'ordre de grandeur du résultat, manque de pratique en calcul mental)
 - La 4^{ème} est qu'ils ont des difficultés dans le domaine du raisonnement.
 - La 5^{ème} évoque la non mémorisation des données à court terme.
 - Et enfin, le manque de concentration suivie (abandon rapide si pas de solution immédiate, refuge dans l'échec)

Hypothèses de départ sur la RP

- Quand on interroge les élèves sur ce qu'il faut faire quand on résout un problème, **ils proposent** :
 - *il faut écrire quelque chose*
 - *il faut trouver la solution*
 - *il faut faire des opérations*
 - *il faut calculer*
 - *il faut marquer une phrase réponse ...*
- **En ce sens, ils répondent à l'attente supposée ou explicite de l'enseignant.**
- **Mais par contre ils ne répondent pas:**
 - il faut trier les informations pour comprendre ce qu'on me demande
 - il faut dessiner ou schématiser ou manipuler
 - il faut éliminer ce qui ne sert pas après avoir relu la question
 - il faut écrire, raturer, recommencer
 - il faut faire plusieurs essais
 - il faut échanger avec les autres pour savoir s'ils cherchent de la même façon
 - il faut savoir expliquer ce qu'on a voulu dire

Hypothèses de départ sur la RP

- 3 grandes causes sont généralement avancées pour expliquer les difficultés des élèves en résolution de problèmes :
 - un problème de lecture
 - un problème de calcul
 - un problème de raisonnement.

Hypothèses de départ sur la RP

□ Julie a acheté :

deux albums à 8 € chacun

quatre livres à 6 € chacun

un sac

Elle a payé 56 €

Quel est le prix du sac ?

Réponse :

$$8 \text{ €} \times 6 \text{ €} = 54 \text{ €}$$

Le prix du sac est 2 €

Hypothèses de départ sur la RP

- Il est nécessaire de pratiquer 2 traitements. Un qualitatif (le raisonnement) et un quantitatif (les valeurs numériques).
- Le traitement qualitatif : dans ce problème, on a acheté 3 objets et on connaît le prix de 2 d'entre eux. En combinant le tout et les parties, on obtient le prix du troisième. Il était nécessaire de multiplier puis soustraire. C'est ce qu'a fait maladroitement l'élève. Son intention est bonne mais la réponse est incorrecte.
- Le traitement quantitatif : L'élève devait combiner les valeurs 2, 8, 4 et 6 mais il n'a pris en compte que les valeurs chiffrées (8 et 6). Il s'agit bien là de l'imprégnation d'une mauvaise habitude mais qui fonctionne dans 95 % des cas.
- Il s'est également trompé dans son calcul, ce qui confirme la nécessité de travailler cette compétence à l'école.
- Conclusion : l'élève a compris le sens général de la situation mais il a raisonné maladroitement.

Hypothèses de départ sur la RP

- De plus, les résultats de l'élève sont, en grande partie, influencés par les connaissances qu'il a **du contrat**, qui ne sont pas forcément enseignées mais que l'élève s'est construites.
- **Écris, dans le bon ordre, les nombres à la place qui convient. 367 - 582 - 309**

300		400		500		600
-----	--	-----	--	-----	--	-----

- Réponses souvent observées :

300	<u>309</u>	400	<u>367</u>	500	<u>582</u>	600
-----	------------	-----	------------	-----	------------	-----

Hypothèses de départ sur la RP

- L'élève hésite entre ses connaissances en numération et le contrat : "s'il y a 3 nombres et 3 places, il faut mettre un nombre à chaque place". Certains élèves, les plus fragiles psychologiquement, répondent d'ailleurs correctement puis se ravisent ensuite. L'enfant est donc un équilibriste. Moins il est sûr de lui, plus il se laisse influencer par tout ce qui est de l'ordre de ce contrat implicite.
- **Dans un bateau, il y a 36 moutons ; 10 tombent à l'eau. Quel est l'âge du capitaine?**

	répondent	ne répondent pas
CE2	84%	16%
CM2	31%	69%

Hypothèses de départ sur la RP

- L'élève pense :
 - "Tout problème admet une réponse. Ne pas répondre, c'est montrer qu'on ne sait pas"
 - "Le professeur fait son métier en posant des questions"
 - "L'élève fait son métier en répondant aux questions".
- Il est donc nécessaire de bâtir, dans sa classe, un autre contrat qui ne permette pas à l'élève de "s'en sortir" mais réellement d'apprendre : s'interroger sur le problème, sa pertinence...

Hypothèses de départ sur la RP

Connaissances	connaissances sur le contrat
<ul style="list-style-type: none">- en lecture- sur le monde- mathématiques	<ul style="list-style-type: none">- ce qui est attendu- ce qui est permis ou non

le sens du problème		
↓	↓	↓
le sens de l'activité "résoudre un problème"	le sens des notions mathématiques	le sens de ce problème

Hypothèses de départ sur la RP

□ **Pour redonner aux élèves le goût du défi intellectuel, en faisant appel à la curiosité, à leur engagement personnel dans une recherche, à leur volonté d'élaborer une solution, on conviendrait donc :**

1. De varier les types de problèmes

1. *En proposant aussi des problèmes complexes*
2. *En favorisant l'accès aux problèmes « pour chercher » et pas seulement aux problèmes « pour apprendre »*

2. D'apprendre à lire des énoncés

1. *Interprétations d'énoncés et analyse des erreurs.*
2. *Aides à la compréhension*
3. *Écriture d'énoncés...*

3. De donner à l'élève l'occasion de mettre en œuvre une procédure adaptée

1. *En lui laissant le choix de développer une solution personnelle*
2. *En pratiquant la narration de recherche*
3. *En lui permettant de contrôler sa propre activité*

BIBLIO.....

Lectures...

- *Compte rendu de la conférence donnée par Roland CHARNAY, à Cognin, le 3 décembre 1997*
- *Sylvie Gamo, Résolution de problèmes, Bordas*
- *J.P. Collette, Histoire des mathématiques, Ed du Renouveau Pédagogique*
- *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes, Alain Descaves, Hachette éducation*